

Міністерство науки і освіти України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Навчально-науковий інститут економіки та менеджменту
Кафедра економіки підприємства

06-01-206

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійної роботи з навчальної дисципліни
«СТАТИСТИКА»
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського)
рівня заочної форми навчання галузей знань
05 «Соціальні та поведінкові науки»,
07 «Управління та адміністрування»,
29 «Міжнародні відносини»
(у т.ч. зі скороченим терміном навчання)

Рекомендовано науково-
методичною радою з якості ННІЕМ
протокол № 5 від 06.05.2020 р.

Рівне – 2020

Методичні вказівки до самостійної роботи з навчальної дисципліни «Статистика» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня заочної форми навчання галузей знань 05 «Соціальні та поведінкові науки», 07 «Управління та адміністрування», 29 «Міжнародні відносини» (у т.ч. зі скороченим терміном навчання) [Електронне видання] / Кузнєцова Т. В., Петрук І. Р., Петрук В. А. – Рівне : НУВГП, 2020. – 85 с.

Укладачі: Кузнєцова Т. В., к.е.н., професор кафедри економіки підприємства;
Петрук І. Р., к.е.н., доцент кафедри економіки підприємства;
Петрук В. А., к.е.н., доцент кафедри економіки підприємства.

Відповідальна за випуск: Кушнір Н. Б., к.е.н., професор, завідувач кафедри економіки підприємства.

Керівник групи забезпечення спеціальності: Кузнєцова Т. В., к.е.н., професор кафедри економіки підприємства.

© Т. В. Кузнєцова, І. Р. Петрук,
В. А. Петрук, 2020
© НУВГП, 2020

ЗМІСТ

ЗМІСТ.....	3
ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ.....	4
МЕТА І ЗАВДАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З	
1. НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ.....	5
2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ.....	7
Тема 1. Предмет, метод і принципи організації статистики. .	7
Тема 2. Статистичне спостереження.....	8
Тема 3 Зведення і групування статистичних даних.....	10
Тема 4. Статистичні показники.....	17
Тема 5. Аналіз рядів розподілу.....	34
Тема 6. Аналіз інтенсивності динаміки.....	39
Тема 7. Аналіз тенденцій розвитку.....	47
Тема 8. Статистичні методи аналізу кореляційних зв'язків .	53
Тема 9. Вибірковий метод.....	59
Тема 10. Графічний метод. Статистичні таблиці.....	67
Тема 11. Аналіз таблиць взаємної спряженості. Статистична перевірка гіпотез.....	69
Тема 12. Індокси.....	72
3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	82
3.1. Методичне забезпечення дисципліни.....	82
3.2. Базова література.....	82
3.3. Інформаційні ресурси.....	83
Додаток А. Вибір варіанта завдань	85

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Навчальна дисципліна «Статистика» відіграє важливу роль у формуванні високо кваліфікованих економістів, у розширенні їх професійних знань, оволодінні ними методологією статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів. В сучасних умовах перед статистичною наукою постають проблеми подальшого удосконалення системи макроекономічних показників, методів збирання, обробки, зберігання і аналізу статистичної інформації.

Статистика повинна своєчасно забезпечувати достовірною інформацією органи законодавчої і виконавчої влади, узагальнювати і прогнозувати тенденції розвитку народного господарства, виявляти резерви ефективності суспільного виробництва.

Методичні вказівки призначені для надання допомоги студентам при підготовці до практичних занять з навчальної дисципліни «Статистика», яка є невід'ємним елементом професійної підготовки економістів.

Вивчення навчальної дисципліни «Статистика» дозволить студентам економічних спеціальностей ознайомитись з основними прийомами і методами оцінки масових соціально-економічних явищ і процесів, що відбуваються в суспільстві взагалі та в Україні зокрема, вивчити вітчизняний та світовий досвід у здійсненні статистичних досліджень.

Основною метою вивчення навчальної дисципліни «Статистика» є формування системи знань про сутність і зміст статистики як науки, тобто надання знань про методи збирання, оброблення та аналізу інформації щодо соціально-економічних явищ і процесів.

Навчальна дисципліна «Статистика» розрахована на студентів, які навчаються за освітньо-кваліфікаційними програмами підготовки бакалаврів (денної, заочної (дистанційної) форм навчання) і студентів, що навчаються за інтегрованими навчальними планами.

1. МЕТА І ЗАВДАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Методичні вказівки визначають вимоги та умови, які необхідні для організації самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни.

Запропоновані методичні вказівки спрямовані на вирішення таких головних завдань:

- створення умов для реалізації єдиного підходу до організації самостійної роботи студентів;
- сприяння формуванню у студентів навичок самостійної навчальної, науково-дослідної й практичної роботи;
- сприяння розвитку й поглибленню професійних, наукових і практичних інтересів студентів;
- сприяння формуванню професійних якостей, знань, умінь і навичок майбутніх фахівців.

Основними завданнями самостійної роботи студентів є засвоєння в повному обсязі програми навчальної дисципліни «Статистика» та послідовне вироблення навичок використання отриманих знань для ефективної самостійної професійної діяльності на рівні світових стандартів, яка містить такі елементи:

- підготовку до аудиторних занять (лекційних та практичних);
- самостійну роботу над окремими темами навчальної дисципліни відповідно до навчально-тематичного плану;
- підготовку до практичних занять та виконання завдань, передбачених робочою програмою дисципліни;
- підготовку до усіх видів контрольних випробувань, у тому числі до модульних та підсумкового.

Самостійна робота студентів має демонструвати достатню компетентність автора в розкритті питань, що досліджуються, мати навчальну, наукову, й/або практичну спрямованість і значимість.

Навчально-методичне забезпечення самостійної роботи студентів враховує специфіку різного роду діяльності студентів і викладачів.

Рекомендації із самостійного вивчення дисципліни містять основні теоретичні питання щодо вивчення кожної теми навчальної дисципліни «Статистика» з посиланням на літературні джерела; питання для самоконтролю знань та тренінгові тестові завдання для перевірки знань.

Результати самостійної роботи студентів оцінюються викладачем, який проводить практичні заняття з навчальної дисципліни.

Форми контролю самостійної роботи обираються викладачем з таких варіантів:

- поточний контроль на основі виконання вправ і завдань під час практичних занять;
- інтерактивний контроль самостійної роботи над теоретичним матеріалом під час практичних занять;
- поточний контроль засвоєння знань на основі оцінки усної відповіді на питання, повідомлення під час практичних занять;
- тестування, виконання письмової контрольної роботи.

Самостійна робота студентів передбачена як засіб оволодіння навчальним матеріалом у вільний від аудиторних занять час. Під час самостійної роботи студенти поглиблюють отримані знання шляхом опрацювання відповідної літератури та конспекту лекцій, готуються до практичних занять, модульних і підсумкового контролів.

2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Предмет, метод і принципи організації статистики

Найбільш поширені значення терміну і предмету «Статистика» наведені на рисунках 1.1 і 1.2.



Рисунок 1.1 – Значення терміну «Статистика»

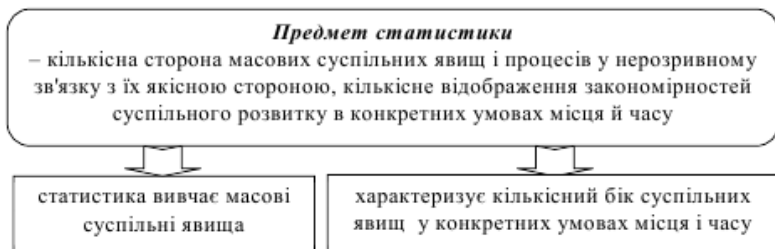


Рисунок 1.2 – Предмет «Статистика»

Питання для самоконтролю знань

1. З чим пов'язана поява статистика як науки?
2. Назвіть прийоми і методи статистичного дослідження.
3. Поняття про основні статистичні категорії: статистична сукупність, одиниця сукупності; ознаки – статистичний показник, система показників.
4. Чому статистику цікавлять тільки масові процеси?

5. Назвіть галузі статистичної науки.
6. До якого періоду відноситься становлення статистики як науки?
7. Що є предметом статистики як суспільної науки?
8. Які науки є теоретичною основою статистики?
9. У чому полягають основні завдання статистики?
10. Якими специфічними методами та прийомами володіє статистика?
11. Які відмінності в організації статистики в Україні та її організації в інших країнах?

Рекомендована література: [1, 4, 5, 8].

Тема 2. Статистичне спостереження

На першому етапі статистичного дослідження проводяться статистичні спостереження.

Статистичне спостереження – це планомірний, науково організований процес збирання даних про масові явища і процеси, що відбуваються в економічній, соціальній та інших сферах життя, шляхом їх реєстрації за спеціальною програмою, розробленою на основі статистичної методології. Його ведуть у спеціальних документах – бланках або формулярах.

Відомі багато видів спостереження. На рисунку 2.1 наведено класифікацію видів статистичного спостереження, що використовуються в статистиці.

На другому етапі – проводять зведення та групування.

Питання для самоконтролю знань

1. Які основні етапи статистичного спостереження?
2. В чому суть та завдання статистичного спостереження?
3. Як статистичне спостереження класифікують за часом реєстрації?
4. Несуцільне спостереження і його види.
5. Класифікація статистичного спостереження по способу реєстрації даних.
6. Критичний момент, об'єктивний і суб'єктивний час.
7. Що таке об'єкт і одиниця спостереження, одиниця сукупності?
8. Програма спостереження. Правила її складання.



Рисунок 2.1 – Класифікація видів статистичного спостереження

9. Які є види помилок статистичного спостереження? В чому їх відмінності та особливості?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 4, 6, 8].

Тема 3. Зведення і групування статистичних даних

Зведення – це процес узагальнення статистичних даних і фактів.

Статистичним групуванням називається розподіл сукупності на групи і підгрупи за певними суттєвими ознаками.

Групувальна ознака – ознака, що покладена в основу групування, тобто за якою утворюються групи.

Задача 3.1 (приклад)

Відомі такі дані про роботу 24 заводів однієї з галузей промисловості (табл.1). Необхідно:

1. Побудувати ряд розподілу заводів за розміром основних засобів, сформувавши 5 груп з рівними інтервалами.
2. По кожній групі визначити:
 - кількість заводів;
 - вартість основних засобів;
 - питому вагу кожної групи у відсотках до підсумку.
3. Зробити висновки.

Таблиця 3.1 – Вибіркові дані про діяльність заводів

№ з/п	Середньорічна вартість основних засобів, млн. грн	Середньоспискова чисельність робітників, осіб	Виробництво продукції, млн. грн.
1	2	3	4
1.	3	360	3,2
2.	7	380	9,6
3.	2	220	1,5
4.	3,9	460	4,2
5.	3,3	395	6,4
6.	2,8	280	2,8
7.	6,5	580	9,4
8.	6,6	200	11,9
9.	2	270	2,5
10.	4,7	340	3,5

Продовження таблиці 3.1

1	2	3	4
11.	2,7	200	2,3
12.	3,3	250	1,3
13.	3	310	1,4
14.	3,1	410	3
15.	3,1	635	2,5
16.	3,5	400	7,9
17.	3,1	310	3,6
18.	5,6	450	8
19.	3,5	300	2,5
20.	4	350	2,8
21.	1	330	1,6
22.	7	260	12,9
23.	4,5	435	5,6
24.	4,9	505	4,4
Разом	94,1	8630	114,8

Розв'язок

Отже, групувальною ознакою є середньорічна вартість основних засобів.

1. За групувальною ознакою визначається величина інтервалу.

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n} = \frac{7.0 - 1.0}{5} = 1.2$$

2. Формуються групи.

Таблиця 3.2 – Групи розподілу заводів

№ групи	Межі груп	Групи за ОВФ
1	1,0+1,2=2,2	1,0-2,2
2	2,2+1,2=3,4	2,2-3,4
3	3,4+1,2= 4,6	3,4-4,6
4	4,6+1,2=5,8	4,6-5,8
5	5,8+1,2=7,0	5,8-7,0

3. Будується у вигляді таблиці 3.3 рангований ряд розподілу заводів за вартістю ОВФ у зростаючому порядку.

Таблиця 3.3 – Рангований ряд розподілу заводів за вартістю ОВФ

Номер групи та її межі	Номер заводу	Середньорічна вартість ОВФ	Чисельність чоловік	Виробництво продукції
1 група	3	2,0	220	1,5
1,0-2,2	9	2,0	270	2,5
	21	1,0	330	1,6
Разом	3	5,0	820	5,6
2 група	1	3,0	360	3,2
2,2-3,4	5	3,3	395	6,4
	6	2,8	280	2,8
	11	2,7	200	2,3
	12	3,3	250	1,3
	13	3,0	310	1,4
	14	3,1	410	3,0
	15	3,1	635	2,5
	17	3,1	310	3,6
Разом	9	27,4	3150	26,5
3 група	16	3,5	400	7,9
3,4-4,6	19	3,5	300	2,5
	4	3,9	460	4,2
	20	4,0	350	2,8
	23	4,5	435	5,6
Разом	5	19,4	1945	23
4 група	10	4,7	340	3,5
4,6-5,8	18	5,6	450	8,0
	24	4,9	505	4,4
Разом	3	15,2	1295	15,9
5 група	2	7,0	380	9,6
5,8-7,0	7	6,5	580	9,4
	8	6,6	200	11,9
	22	7,0	260	12,9
Разом	4	27,1	1420	43,8
ВСЬОГО	24	94,1	8630	114,8

4. Після проведення усіх розрахунків, отримані дані необхідно занести у зведену таблицю 3.4 результатів групування.

Таблиця 3.4 – Зведені результати групування заводів за вартістю ОВФ

№ групи	Групи заводів	К-сть заводів	У % до під-сумку	ОВФ	У % до під-сумку	Чис. робітн.	У % до під-сумку	Вал. прод.	У % до під-сумку
I	1,0-2,2	3	12,5	5,0	5,3	820	9,5	5,6	4,8
II	2,2-3,4	9	37,8	27,4	29,1	3150	36,5	26,5	3,1
III	3,4-4,6	5	20,8	19,4	20,6	1945	22,5	23,0	20,1
IV	4,6-5,8	3	12,5	15,2	16,2	1295	15,5	15,9	13,9
V	5,8-7,0	4	16,7	27,1	28,8	1420	16,5	43,8	38,1
Разом			100		100	8630	100	114,8	100

Таким чином, проведене групування заводів за вартістю ОВФ показало, що найбільша кількість заводів зосереджена у II групі, частка якої складає 37,5 % від кількості всіх заводів. Проте, на заводах 5 групи (у яку увійшли лише чотири заводи) вартість ОВФ склала 27,1 млн. грн, відповідно заводи цієї групи випускають продукції в сумі 43,8 млн. грн, що становить аж 38,1% від вартості продукції, випущеної усіма заводами.

Питання для самоконтролю знань

1. Що таке зведення і які його види?
2. Що таке групувальні ознаки? Які існують їх види?
3. Які групування називають структурними та аналітичними?
4. Які групування називаються вторинними і в яких випадках виникає необхідність їх використання?
5. Що являють собою відкриті і закриті, рівні і нерівні інтервали?
6. Як визначити величину інтервалу при створенні груп з рівними інтервалами?

Рекомендована література: [1, 4, 6, 8].

Задача 3.2

Відомі дані про діяльність будівельно-монтажних управлінь, наведені у таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Дані про діяльність будівельно-монтажних управлінь

Номер БМУ	Обсяг робіт за укладеними договорами підряду, млн. грн.	Середньо-спискова чисельність робітників, чол.	Основні виробничі фонди будівельного призначення, млн. грн.
1	2	3	4
1.	2,5	278	1,2
2.	4,9	463	2,2
3.	3,6	415	2,1
4.	3,6	487	2,2
5.	7,9	939	9,1
6.	2,3	253	1,1
7.	2,3	392	1,6
8.	1,3	337	1,2
9.	17,4	1320	10,1
10.	6,2	502	2,8
11.	16,3	1100	10,7
12.	9,7	1019	5,6
13.	12,1	490	10,8
14.	10,5	500	8,8
15.	4,6	620	4,3

Необхідно:

1. Побудувати ряд розподілу будівельно-монтажних управлінь за обсягом робіт договорів підряду, при цьому сформувати 3 групи з рівними інтервалами.
2. За кожною групою визначити:
 - кількість будівельно-монтажних управлінь;
 - обсяг робіт за укладеними договорами підряду, середньоспискову чисельність робітників та вартість ОВФ;
 - питому вагу кожної групи у відсотках до підсумку.
3. Зробити висновки.

Задача 3.3

У розрізі господарств області відомі дані про вирощування зернових культур, наведені у таблиці 3.6.

Таблиця 3.6 – Дані господарств області про зернові культури

№ господарства	Валовий збір, тис. тон	Врожайність, ц/га	Сумарні затрати, тис. грн.
1	8,9	26,0	9,7
2	5,9	28,6	4,7
3	12,8	30,1	10,2
4	15,4	42,0	9,8
5	1,9	24,0	2,4
6	2,3	12,2	1,7
7	7,6	36,2	9,3
8	4,6	18,9	4,9
9	6,3	12,0	5,9
10	5,4	21,3	5,7
11	2,5	27,4	2,9
12	10,6	18,4	14,5
13	11,2	20,9	15,2
14	10,1	27,5	11,1
15	11,8	41,5	10,8

Необхідно:

1. Побудувати ряд розподілу господарств за величиною врожайності, при цьому сформувати 3 групи з рівними інтервалами.
2. За кожною групою визначити:
 - кількість господарств;
 - валовий збір і собівартість всієї виробленої продукції;
 - питому вагу кожної групи у відсотках до підсумку.
3. Зробити висновки.

Задача 3.4

Відомі дані про результати роботи 20 верстатобудівних заводів у звітному році, наведені у таблиці 3.7.

Необхідно:

1. Побудувати ряд розподілу за затратами праці, виділивши 3 групи з рівними інтервалами.
2. По кожній групі підрахувати:
 - кількість підприємств;

Таблиця 3.7 – Результати роботи верстатобудівних заводів

Номер підприємства	Вироблено деталей, штук	Затрати праці на виробництво 1 деталі, люд.-год.	Чисельність робітників, чол.
1	200	1,65	346
2	212	1,80	367
3	218	1,34	261
4	250	1,92	284
5	230	1,00	364
6	58	4,20	299
7	117	2,22	277
8	256	1,12	357
9	84	3,62	253
10	69	3,84	228
11	145	2,62	160
12	285	1,36	398
13	179	2,50	369
14	95	3,12	287
15	155	2,36	145

- виробництво деталей, затрати праці на виробництво 1 деталі, чисельність робітників;

- питому вагу кожної групи у відсотках до підсумку.

3. Зробити висновки.

Задача 3.5

Відомі дані про роботу 15-ти плодоконсервних заводів за рік, наведені у таблиці 3.8.

Таблиця 3.8 – Дані про роботу плодоконсервних заводів

№ заводу	Валова продукція, тис. грн.	Основні виробничі фонди, тис. грн.	Середньоспискова чисельність робітників, чол.
1	2	3	4
1	3540	1240	336
2	4911	3310	302
3	5630	4501	440
4	5492	4906	510

Продовження таблиці 3.8.

1	2	3	4
5	2901	2803	290
6	9410	6507	591
7	1920	1620	271
8	2569	2005	304
9	4520	4780	340
10	2340	1740	271
11	3921	3020	363
12	8671	7201	381
13	1586	2100	227
14	3223	2521	267
15	4224	3930	467

Необхідно:

1. Побудувати ряд розподілу за обсягом валової продукції, при цьому виділити 3 групи з рівними інтервалами.
2. За кожною групою розрахувати:
 - кількість заводів;
 - вартість ОВФ, обсяг валової продукції, чисельність робітників;
 - питому вагу кожної групи у відсотках до підсумку.
3. Зробити висновки.

Тема 4. Статистичні показники

Статистичний показник – узагальнююча характеристика соціально-економічного явища чи процесу, що поєднує якісні та кількісні сторони останнього (показника).

Показники, що виражають розміри, обсяги, рівні суспільних явищ і процесів називаються **абсолютними** величинами. Вони можуть виражатися в натуральних, умовно-натуральних, трудових і грошових одиницях виміру.

У результаті порівняння та зіставлення абсолютних величин отримують **відносні** величини. Вони вимірюються у коефіцієнтах, відсотках, проміле, продицеміле тощо.

Відносні величини поділяються на декілька **видів**.

Відносні величини динаміки виражають співвідношення рівня показника в даному періоді з рівнем цього ж показника в іншому періоді:

$$\hat{A} = \frac{x_1}{x_0}, \quad (4.1)$$

де x_0 – значення ознаки в базисному періоді; x_1 – значення ознаки в звітному періоді.

Відносні величини виконання плану виражають процентні співвідношення між фактичним (звітним) значенням і плановим рівнем за період:

$$\hat{A} = \frac{x_1}{x_n}, \quad (4.2)$$

де x_1 – фактичний рівень показника; x_n – плановий рівень показника.

Відносні величини планового завдання показують, які плануються зміни показників, порівняно з базисним періодом:

$$\hat{C} = \frac{x_n}{x_0}, \quad (4.3)$$

Відносні величини структури характеризують склад явища і показують, яку питому вагу в загальному підсумку складає кожна його частина:

$$\hat{N} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}. \quad (4.4)$$

Відносні величини інтенсивності характеризують співвідношення двох різноіменних показників, які знаходяться в певному взаємозв'язку.

Відносні величини координації характеризують співвідношення окремих частин явища.

Відносні величини порівняння – відношення двох однойменних показників, які відносяться до різних об'єктів або територій за один і той же проміжок часу.

Задача 4.1 (приклад)

За даними таблиці 4.1 про віковий склад населення регіону обчислити відносні величини, які б характеризували:

1. Динаміку чисельності населення.
2. Структуру населення за віком у кожному році і структурні зрушення.

3. Співвідношення працездатного населення з чисельністю допрацездатного і старшого від працездатного віку (відносна величину координації).

Таблиця 4.1 – Віковий склад населення

Вікова група, років	Минулий рік	Поточний рік
0-14 (діти)	192,4	211,6
15-59 (працездатне населення)	469,9	586,8
60 і старше (пенсіонери)	77,7	163,6
Разом	740	962

Розв'язок

1. Визначаються відносні величини динаміки за формулою (4.1):

- для вікової групи від 0 до 14 років:

$$\hat{A}\hat{A}\hat{A}_1 = \frac{211,6}{192,4} \cdot 100\% = 110\%$$

- для вікової групи від 15 до 59 років:

$$\hat{A}\hat{A}\hat{A}_2 = \frac{586,8}{469,9} \cdot 100\% = 124,9\%$$

- для вікової групи від 60 і старші:

$$\hat{A}\hat{A}\hat{A}_3 = \frac{163,6}{77,7} \cdot 100\% = 210,6\%$$

2. Визначаються відносні величини структури за формулою (4.4):

- для вікової групи від 0 до 14 років у минулому році:

$$\hat{A}\hat{A}\hat{C}_1 = \frac{192,4}{740} \cdot 100\% = 26\%$$

- для вікової групи від 0 до 14 років у поточному році:

$$\hat{A}\hat{A}\hat{C}_1 = \frac{211,6}{962} \cdot 100\% = 22\%$$

3. Визначаються відносні величини координації:

- для вікової групи від 0 до 14 років у минулому році:

$$\hat{A}\hat{A}\hat{E} = \frac{192,4}{469,9} \cdot 100 \approx 41$$

- для вікової групи від 0 до 14 років у поточному році:

$$\hat{A}\hat{E} = \frac{211,6}{586,8} \cdot 100 \approx 36$$

4. Результати розрахунків заносяться у таблицю 4.2.

Таблиця 4.2 – Результати розрахунків відносних величин

Вікова група	ВВД	Відносна величина структури		Структурні зрушення	Відносна величина координації	
		минулого року	поточного року		минулого року	поточного року
0-14	110	26	22	-4	41	36
15-59	124,9	63,5	61	-2,5	100	100
60 і старші	210,6	10,5	17	6,5	16,5	28
Разом	130,0	100	100			

Таким чином, кількість дітей у поточному році збільшилась на 10%, працездатного населення на 24,9%, пенсіонерів на 110,6%. Загальна кількість населення зросла на 30%. Питома вага дітей у загальній чисельності населення в поточному році становить 22%, що на 4% менше в порівнянні з минулим роком. У минулому році на кожні 100 людей працездатного віку припадала 41 дитина та 16,5 пенсіонерів, а вже у поточному році кількість дітей на кожні 100 людей працездатного віку зменшилась і склала лише 36 людей, проте зросла кількість пенсіонерів до 28 людей.

Задача 4.2 (приклад)

Відомі дані про випуск продукції підприємством, наведені у таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Дані про випуск продукції підприємством

Місяць	Планові показники, тис.грн	Фактичні показники, тис.грн
Травень	95	110
Червень	112	120

Визначити відносну величину динаміки, виконання плану та планового завдання.

Розв'язок

1. Визначається відносна величина динаміки за формулою (4.1):

Задача 4.4

Планом на 2020 р. передбачалося зниження собівартості виробу „А” на 1,5 грн/од. при рівні собівартості 75,0 грн/од. Фактично у 2020 р. собівартість цього виробу складала 73,44 грн/од. Визначити: відносну величину виконання плану із зниження собівартості виробу „А” у 2020 р.

Задача 4.5

Випуск продукції на заводі у 2020 році склав 4 млн. грн. Планом на 2021 р. передбачається випустити продукції на 5 млн. грн. Визначити відносну величину планового завдання.

Задача 4.6

Приріст випуску продукції галузі за планом у минулому році повинен був скласти 7,5 %. Фактично ріст випуску продукції склав 109,5%.

Визначити: відносну величину виконання плану галуззю із випуску продукції.

Задача 4.7

Згідно даних про перепис населення, наведених у таблиці 4.4, визначити відносну величину динаміки та структури.

Таблиця 4.4 – Результати перепису населення, тис.чол

№ з/п	Показник	Дата	
		01.01.2014 р.	01.01.2019 р.
1.	Загальна чисельність населення, всього:	208,8	241,7
1.1.	у тому числі: - міського	110,0	136,0
1.2.	- сільського	98,8	105,7

Задача 4.8

На підприємстві виконання плану з випуску продукції у 2020 році становило 110% при плані 5400 тис. грн. У 2021 році заплановано збільшити випуск продукції на 8%. Визначити на скільки % заплановано зростання рівня виробництва продукції у 2021 році порівняно з 2020 роком.

Задача 4.9

Врожайність цукрового буряку у 2019 році у господарстві склала 260 ц/га. Планом на 2020 рік передбачалось зібрати 275 ц/га,

фактично зібрано 300 ц/га. Визначити відносну величину виконання плану та планового завдання.

Задача 4.10

Валовий збір зерна у 2019 році в господарстві склав 3000 т. Планом на 2020 рік передбачалось зібрати 3450 т, однак фактично зібрано 3510 т. Визначити відносну величину виконання плану та планового завдання.

Середня в статистиці – це абстрактна, узагальнююча величина, що характеризує рівень варіюючої ознаки в якісно однорідній сукупності.

У статистичній практиці використовують декілька видів середніх:

- середня арифметична
- середня гармонійна
- середня геометрична
- середня квадратична
- середня хронологічна

Середня арифметична – це одна з найбільш поширених середніх величин, застосовується у тих випадках, коли обсяг варіаційної ознаки для всієї сукупності є сумою індивідуальних значень її окремих елементів.

Як показано на рисунку 4.1 середня арифметична у свою чергу поділяється на просту і зважену.



Рисунок 4.1 – Види середньої арифметичної

Середня гармонійна застосовується у тих випадках, коли відомі не самі варіанти, а їх обернені числа.

Як показано на рисунку 4.2 середня гармонійна у свою чергу також поділяється на просту і зважену.

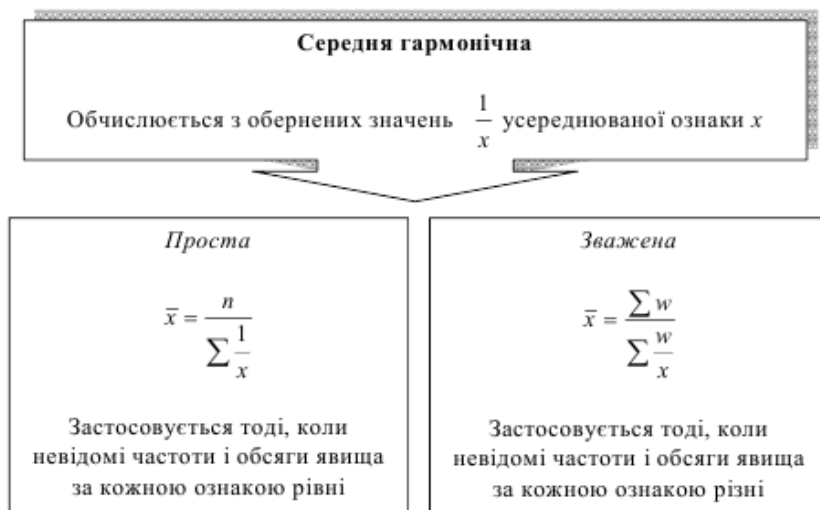


Рисунок 4.2 – Види середньої гармонійної

Задача 4.11 (приклад)

Урожайність і посівна площа зернових у господарстві характеризується даними, наведеними в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 – Урожайність і посівна площа зернових у господарстві

№ з/п	Культура	Урожайність, ц/га (x)	Посівна площа, га (f)
1.	Пшениця	26,4	1020
2.	Жито	14,2	210
3.	Ячмінь	15,6	170
4.	Разом	56,2	1400

Визначити середню урожайність зернових культур у господарстві.

Розв'язок

Для визначення середньої урожайності зернових культур по господарству використовується середня арифметична зважена:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} . \quad (4.6)$$

Тоді:
$$\bar{x} = \frac{26,4 \cdot 1020 + 14,2 \cdot 210 + 15,6 \cdot 170}{1400} = 23,2 \text{ ц/га.}$$

Отже, середня урожайність зернових культур по господарству становить 23,2 ц/га.

Задача 4.12 (приклад)

Урожайність і валовий збір зерна у господарствах характеризується даними наведеними в таблиці 4.6.

Таблиця 4.6 – Урожайність і валовий збір зернових у господарствах

Господарство	Урожайність, ц/га	Валовий збір зерна, ц
1	18	18000
2	20	30000
3	21	63000
4	22	44000
5	25	30000
Разом		185000

Визначити середню врожайність для всіх господарств.

Розв'язок

Середня врожайність розраховується за формулою середньої гармонійної зваженої, оскільки в умові не задана частота – f , а середня урожайність (x) визначається як відношення валового збору (M) до посівної площі (f).

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{185000}{\frac{18000}{18} + \frac{30000}{20} + \frac{63000}{21} + \frac{44000}{22} + \frac{30000}{25}} = 21,3 \text{ ц/га}$$

де $M = x \cdot f$, f – посівна площа, га.

Отже, середня урожайність становила 21,3 ц/га.

Задача 4.13 (приклад)

Визначити середній стаж роботи робітників підприємства, згідно даних, наведених у таблиці 4.7.

Таблиця 4.7 – Розподіл робітників підприємства за стажом роботи

Стаж роботи, років	до 5	5-10	10-15	15-20	20-25	>25	Разом
Кількість робітників, осіб	35	30	10	11	9	5	100

Розв'язок

При визначенні середньої з інтервального ряду насамперед слід обчислити середину інтервалу кожної з груп як напівсуму нижньої і верхньої меж інтервалу.

Якщо ряд розподілу має відкриті інтервали, величина інтервалу першої групи приймається рівною величині інтервалу наступної, а останньої – величині інтервалу попередньої. Розрахунок ведеться за допомогою середньої арифметичної зваженої у вигляді таблиці 4.8.

Таблиця 4.8 – Середній стаж робітників підприємства

Стаж роботи, років	Кількість робітників, осіб (f)	Середина інтервалу, років (x)	$x \cdot f$
до 5	35	2,5	87,5
5-10	30	7,5	225
10-15	10	12,5	125
15-20	11	17,5	195,5
20-25	9	22,5	202,5
>25	5	27,5	137,5
Разом	100	–	970

Середній стаж роботи робітників визначається за формулою середньої арифметичної зваженої (4.6):

$$\bar{x} = \frac{2,5 \cdot 35 + 7,5 \cdot 30 + 12,5 \cdot 10 + 17,5 \cdot 11 + 22,5 \cdot 9 + 27,5 \cdot 5}{100} = \frac{970}{100} = 9,7 \text{ років}$$

Отже, середній стаж роботи робітників 9,7 років.

Задача 4.14

Виробництво молока усіма категоріями господарств характеризується даними, наведеними у таблиці 4.9.

Таблиця 4.9 – Виробництво молока усіма категоріями господарств

Господарства	Кількість корів, тис. голів	Одержано молока, млн. т.
Фермерські	5439	11,5
Населення	2628	6,6

Необхідно визначити середній надій молока від однієї корови.

Задача 4.15

Виробництво однакових виробів найбільшими підприємствами галузі характеризується даними, наведеними у таблиці 4.10.

Таблиця 4.10 – Собівартість і витрати виробництва підприємств

Підприємство	Собівартість одного виробу, грн	Загальні витрати на виробництво виробів, тис. грн
1	15	5,1
2	20	15,4
3	22	11,7
Разом		32,2

Визначити середню собівартість одного виробу цих трьох підприємств.

Задача 4.16

Розподіл підприємств за чисельністю виробничого персоналу наведений у таблиці 4.11

Таблиця 4.11 – Розподіл підприємств за кількістю робітників

Групи підприємств за кількістю робітників	Кількість підприємств
100-200	1
200-300	3
300-400	7
400-500	30
500-600	19
600-700	15
700-800	5
Разом	80

Знайти середню кількість робітників галузевого підприємства.

Задача 4.17

Відомі дані про розподіл заробітної плати на підприємстві, наведені у таблиці 4.12.

На основі даних таблиці розрахувати середню заробітну плату на підприємстві.

Таблиця 4.12 – Розподіл заробітної плати на підприємстві

Чисельність робітників, чол.	Місячна заробітна плата, грн
10	6100
15	7300
5	8000

Задача 4.18

За наведеними у таблиці 4.13 даними визначити середній обсяг випущеної продукції робітниками підприємства.

Таблиця 4.13 – Обсяг випущеної продукції різними робітниками підприємства

Обсяг випущеної продукції, грн	Кількість робітників, чол.
1000-2000	5
2000-3000	15
3000-4000	20
4000-5000	10
Разом	50

Задача 4.19

Розподіл сімей за кількістю дітей характеризується даними, наведеними у таблиці 4.14.

Таблиця 4.14 – Розподіл сімей за кількістю дітей

Кількість дітей, осіб	0	1	2	3	4	5	6 і більше	Разом
Кількість сімей	6	28	22	19	13	5	7	100

За наведеними у таблиці 4.14 даними розрахувати середню кількість дітей у сім'ї.

Мода – це величина ознаки (варіанта), яка найчастіше зустрічається у певній сукупності.

Медіаною називається варіанта, яка знаходиться всередині варіаційного ряду. Медіана поділяє ряд на дві, рівні за чисельністю, частини.

Варіантами є окремі значення групувальної ознаки.

Частоти – це числа, що показують у скільки разів повторюються окремі значення варіант. Частоти виражаються у вигляді

коефіцієнтів або відсотків (частка). Накопичену частоту називають кумулятивною.

Знаходження моди в дискретному варіаційному ряді відбувається візуально, тобто модою буде варіанта з найбільшою частотою.

Медіаною у дискретному ряді буде варіанта, кумулятивна частота якої є рівною або більшою півсуми всіх частот у рангованому ряді.

В інтервальних рядах мода і медіана визначаються за формулами.

Задача 4.20 (приклад)

Дані про розподіл робітників підприємства за кількістю виготовлених деталей, наведені у таблиці 4.15.

Таблиця 4.15 – Розподіл робітників за кількістю виготовлених деталей

Група робітників за кількістю виготовлених деталей, штук	Кількість робітників (f)	Сума накопичених частот (S)
130-140	50	50
140-150	70	120
150-160	75	195
160-170	73	268>205
170-180	80	348
180-190	62	410
Разом	410	

Необхідно розрахувати моду і медіану в інтервальному ряді.

Розв'язок

Для визначення моди спочатку треба знайти модальний інтервал цього ряду.

Модальному інтервалу відповідає найбільша частота (f), у нашому випадку це буде інтервал 170-180. Для розрахунку моди використовується залежність:

$$M_0 = x_0 + h \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}, \quad (4.7)$$

де x_0 – нижня межа модального інтервалу (у нашому випадку 170);

h або i – величина модального інтервалу (10); f_m – частота

модального інтервалу (80); f_{m-1} – частота інтервалу, попереднього від модального (73); f_{m+1} – частота інтервалу, наступного від модального (62).

$$\text{Тоді: } M_0 = \frac{170 + 10(80 - 73)}{(80 - 73) + (80 - 62)} = 172,8 \approx 173 \text{ деталі.}$$

Отже, у досліджуваній сукупності найбільша кількість робітників виготовляє по 173 деталі.

Для визначення медіани в інтервальному варіаційному ряді розподілу потрібно обчислити накопичені частоти і визначити медіанний інтервал. Під накопиченими частотами (S) розуміють наростаючий підсумок частот, починаючи з першого інтервалу. Медіанним є той інтервал, на який припадає перша накопичена частота, що перевищує половину всього обсягу сукупності. У нашому випадку це буде інтервал 160-170.

Формула для розрахунку медіани в інтервальному ряді розподілу має вигляд:

$$Me = X_{me} + i_{me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{me-1}}{f_{me}}, \quad (4.8)$$

де X_{me} - нижня межа медіанного інтервалу (в нашому випадку 160); i_{me} - величина інтервалу (10); S_{me-1} – кумулятивна частота інтервалу, що передуює медіанному; f_{me} – частота медіанного інтервалу.

$$Me = 160 + 10 \cdot \frac{\frac{410}{2} - 195}{73} = 161,36 \approx 161 \text{ деталь.}$$

Отже, половина робітників виготовляють менше 161 деталі, друга половина більше 161 деталі.

Задача 4.21

Відомі дані про розподіл робітників підприємства за стажем, наведені у таблиці 4.16.

Таблиця 4.16 – Розподіл робітників підприємства за стажем

Стаж роботи, роки	До 5	5-10	10-15	15-20	20-25	Більше 25	Разом
Кількість робітників	35	30	10	11	9	5	100

Необхідно визначити моду середнього стажу роботи робітників підприємства.

Задача 4.22

Розподіл пасажирів за кількістю тролейбусних зупинок від місця проживання до місця роботи, наведений у таблиці 4.17.

Таблиця 4.17 – Розподіл пасажирів за кількістю тролейбусних зупинок

Кількість зупинок	1	2	3	4	5	6	7 і більше	Разом
Кількість пасажирів, чол.	40	100	200	250	400	610	500	2000

Необхідно визначити моду у цьому ряді розподілу.

Задача 4.23

Розподіл сімей за кількістю дітей характеризується даними, наведеними у таблиці 4.18.

Таблиця 4.18 – Розподіл сімей за кількістю дітей

Кількість дітей, осіб	0	1	2	3	4	5	6 і більше	Разом
Кількість сімей	6	28	22	19	13	5	7	100

Необхідно визначити медіану кількості дітей у цьому ряді розподілу.

Задача 4.24

На основі даних, наведених у таблиці 4.19, визначити моду та медіану середнього стажу роботи робітників на підприємстві.

Таблиця 4.19 – Розподіл робітників за стажем роботи

Стаж роботи, років	Чисельність робітників, осіб
До 5	30
5-10	35
10-15	10
15-20	11
20-25	9
Більше 25	5
Разом	100

Задача 4.25

За наведеними даними у таблиці 4.20, визначити медіану кількості робітників.

Таблиця 4.20 – Розподіл підприємств за кількістю робітників

Групи підприємств за кількістю робітників	Кількість підприємств
100-200	14
200-300	16
300-400	25
400-500	30
500-600	15
Разом	100

Задача 4.26

За наведеними даними у таблиці 4.21 визначити моду кількості робітників.

Таблиця 4.21 – Розподіл підприємств за кількістю робітників

Групи підприємств за кількістю робітників	Кількість підприємств
100-200	1
200-300	3
300-400	7
400-500	30
500-600	19
600-700	15
700-800	5
Разом	80

Задача 4.27

Розподіл посівної площі господарства за врожайністю пшениці, наведено у таблиці 4.22.

Таблиця 4.22 – Розподіл посівної площі господарства за врожайністю пшениці

Урожайність, ц/га	Посівна площа, га
14 – 16	100
16 – 18	300
18 – 20	400
20 - 22	200
Разом	1000

Необхідно визначити моду урожайності.

Задача 4.28

Розподіл посівної площі господарства за врожайністю пшениці, наведено у таблиці 4.23.

Таблиця 4.23 – Розподіл посівної площі господарства за врожайністю пшениці

Урожайність ц/га	Посівна площа, га
14 – 16	100
16 – 18	300
18 – 20	400
20 - 22	200
Разом	1000

Необхідно визначити медіану урожайності.

Питання для самоконтролю знань

1. Що таке абсолютні статистичні величини і яке їх значення для статистики і планування?
2. Що називається відносними величинами? Які види відносних величин ви знаєте?
3. Способи розрахунку відносних величин (відносних величин виконання плану; планового завдання; динаміки; структури; координації; інтенсивності; порівняння).
4. В чому суть середньої величини як статистичного показника?

5. Які основні види середніх величин?
6. Які основні види та властивості середньої арифметичної?
7. Середня гармонійна, її види. В яких випадках її використовують?
8. Що являють собою середні: геометрична, квадратична, хронологічна?
9. Як обчислюється середня арифметична інтервального ряду?
10. Що таке мода і медіана?
11. Визначення моди і медіани в дискретному та інтервальному рядах розподілу.

Рекомендована література: [1, 2, 6, 8].

Тема 5. Аналіз рядів розподілу

В результаті групування отримуються ряди розподілу.

Ряд розподілу – це упорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за вивчасною ознакою. Залежно від ознаки ряди можуть бути дискретними й інтервальними.

Ряд розподілу складається з двох елементів: **варіант** і **частот**.

Варіантами є окремі значення групувальної ознаки.

Частоти – це числа, які показують, скільки разів повторюються окремі значення варіант. Частоти часто виражаються у вигляді коефіцієнтів або відсотків (частка).

Середні величини дають узагальнюючу характеристику сукупності по варіаційних ознаках і показують типовий для цих умов рівень цих ознак. Проте велике теоретичне і практичне значення має визначення відхилень від середніх величин. У дисперсійному аналізі варіацією вважається відхилення індивідуальних значень від загальних. Для характеристики варіацій застосовують систему показників, наведену у таблиці 5.1.

Задача 5.1 (приклад)

За даними таблиці 5.2 про урожайність озимої пшениці і розподіл посівної площі визначити показники варіації.

Таблиця 5.2 – Урожайність озимої пшениці

Урожайність пшениці	Посівна площа, га
до 16	100
16-18	300
18-20	400
більше 20	200
Разом	1000

Таблиця 5.1 – Показники варіації

Назва показників варіації		Формули показників варіації	
		для незгрупованих даних	для згрупованих даних
Абсолютні показники	Розмах варіації	$R = x_{\max} - x_{\min}$	
	Середнє лінійне відхилення	$\bar{l} = \frac{\sum x - \bar{x} }{n}$	$\bar{l} = \frac{\sum x - \bar{x} f}{\sum f}$
	Дисперсія (середній квадрат відхилень)	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$ <p>або</p> $\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n} \right)^2$	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$ <p>або</p> $\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x f}{\sum f} \right)^2$
	Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$
Відносні показники	Коефіцієнт варіації	– лінійний	$V_l = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} 100$
		– квадратичний	$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100$
		– осциляції	$V_R = \frac{R}{\bar{x}} 100$

Розв'язок

Для спрощення розрахунку показників варіації будується таблиця 5.3.

Таблиця 5.3 – Робоча таблиця для розрахунку показників варіації

Урожай- ність ц/га	Посівна площа, га (f)	x	$x \cdot f$	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} \cdot f$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
14 – 16	100	15	1500	-3,4	340	11,56	1156
16 – 18	300	17	5100	-1,4	420	1,96	588
18 – 20	400	19	7600	0,6	240	0,36	144
20 - 22	200	21	4200	2,6	520	6,76	1352
Разом	1000		18400		1520		3240

1. Визначається розмах варіації за формулою:

$$R = x_{\max} - x_{\min} . \quad (5.1)$$

В інтервальних рядах розподілу R визначають як різницю між верхню межу останнього інтервалу і нижню межу першого, або як різницю між середніми значеннями цих інтервалів.

$$R = 22 - 14 = 8 \text{ ц/га.}$$

2. Визначається коефіцієнт осциляції:

Коефіцієнт осциляції – відношення розмаху варіації до середньої величини ознаки:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} . \quad (5.2)$$

Тому спочатку розраховується середня урожайність пшениці за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f} . \quad (5.3)$$

Тоді:

$$\bar{x} = \frac{18400}{1000} = 18,4 (\text{ö} / \text{ä});$$

$$V_R = \frac{8}{18,4} \cdot 100\% = 43,5\% .$$

3. Середнє арифметичне або лінійне відхилення – це середній модуль відхилень індивідуальних значень ознаки від їх середньої величини:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} . \quad (5.4)$$

Тоді:

$$\bar{d} = \frac{1520}{1000} = 1,52 \text{ ц/га.}$$

4. Лінійний коефіцієнт варіації визначається як відношення середнього лінійного відхилення до середнього значення ознаки:

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} . \quad (5.5)$$

$$V_{\bar{d}} = \frac{1,52}{18,4} \cdot 100 = 8,26\% .$$

5. Дисперсія – це середній квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від їх середньої величини:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2 f}{\sum f} . \quad (5.6)$$

$$\sigma^2 = \frac{3240}{1000} = 3,24$$

6. Середнє квадратичне відхилення – це узагальнююча характеристика абсолютних розмірів варіації ознаки в сукупності:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} . \quad (5.7)$$

Тоді, $\sigma = 1,8$.

Чим менше середнє квадратичне відхилення, тим типовіша середня і тим більш однорідна сукупність.

7. Коефіцієнт варіації – є відносною мірою варіації і дозволяє порівняти ступінь варіації ознак у рядах варіації з різним рівнем середніх:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 . \quad (5.8)$$

Тоді, $V_{\sigma} = \frac{1,8}{18,4} \cdot 100 = 9,8\% .$

Отже, коефіцієнт варіації менше 33%, це свідчить про те, що сукупність однорідна.

Задача 5.2

Вік робітників однієї бригади будівельників становить 28, 30, 31, 46, 47, 48, 50 років. Визначити розмах варіації; коефіцієнт осциляції; середнє лінійне відхилення; лінійний коефіцієнт варіації.

Задача 5.3

За даними, наведеними у таблиці 5.4 визначити дисперсію та коефіцієнт варіації.

Таблиця 5.4 – Трудомісткість виготовлення деталей

Затрати часу на виготовлення 1 деталі, хв.	До 5	5-7	7-9	9-11	Разом
Кількість виготовлених деталей	20	65	10	5	100

Задача 5.4

За даними, наведеними у таблиці 5.5 визначити: середнє лінійне відхилення, лінійний коефіцієнт варіації та коефіцієнт варіації.

Таблиця 5.5 – Продуктивність праці 60-ти робітників.

Вироблено продукції за зміну, шт.	Число робітників
8	7
9	20
10	15
11	12
12	6
Разом	60

Задача 5.5

Розподіл підприємств за чисельністю промислово-виробничого персоналу характеризується показниками, наведеними у таблиці 5.6.

Таблиця 5.6 – Розподіл підприємств за чисельністю промислово-виробничого персоналу

Групи підприємств за чисельністю промислово-виробничого персоналу, осіб	Кількість підприємств
100-200	1
200-300	3
300-400	7
400-500	30
500-600	19
600-700	15
700-800	5
Разом	80

За даними, наведеними у таблиці 5.6 визначити коефіцієнт варіації за чисельністю промислово-виробничого персоналу

Задача 5.6

Відомі дані про розподіл робітників підприємства за стажем.

Таблиця 5.7 – Розподіл робітників підприємства за стажем

Стаж роботи, роки	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	Разом:
Кількість робітників	20	30	10	11	9	80

За даними, наведеними у таблиці 5.7 визначити дисперсію.

Задача 5.7

Розподіл робітників підприємства за стажем характеризується показниками, наведеними у таблиці 5.8.

Таблиця 5.8 – Розподіл робітників підприємства за стажем

Стаж роботи, роки	0- 5	5-10	10-15	15-20	20-25	Разом:
Кількість робітників	20	30	10	11	9	80

За даними, наведеними у таблиці 5.8 визначити середнє лінійне відхилення, лінійний коефіцієнт варіації.

Питання для самоконтролю знань

1. Що представляє собою варіація ознаки і від чого залежать її розміри?
2. Що таке розмах варіації, за якою формулою він розраховується ?
3. Що таке середнє лінійне відхилення, його формули ?
4. Що називається середнім квадратичним відхиленням і за якими формулами воно визначається?
5. Який показник називається коефіцієнтом варіації, формула його розрахунку і значення для економічного аналізу?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 6, 8].

Тема 6. Аналіз інтенсивності динаміки

Процес розвитку і руху соціально-економічних явищ у часі в статистиці прийнято називати **динамікою**. Для її відображення будуються ряди динаміки.

Ряди динаміки – це ряди послідовно розставлених у хронологічному порядку показників, що характеризують розвиток явища. У ряді динаміки є 2 основних показники: рівень розподілу (рівень ряду) – y і показник часу – t .

У статистиці використовуються два види рядів динаміки моментні й інтервальні, характеристики яких наведені на рисунку 6.1. Середній рівень динамічного ряду розраховується залежно від виду, як наведено у таблиці 6.1.

Для аналізу рядів динаміки використовують такі показники як: абсолютний приріст, темпи росту і приросту, абсолютне значення 1% приросту, а також середні характеристики ряду динаміки (середній рівень, середній абсолютний приріст, середній темп росту і приросту).

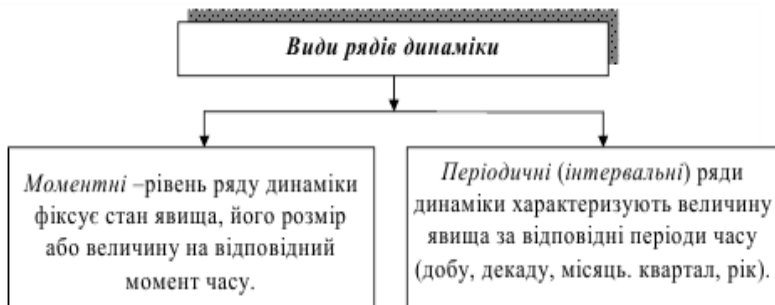


Рисунок 6.1 – Види рядів динаміки

Таблиця 6.1 – Порядок розрахунку середнього рівня динамічного ряду

Вид ряду динаміки	Формула розрахунку
Інтервальний ряд абсолютних величин з рівними періодами часу	середня арифметична проста: $\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$
Моментний ряд динаміки: – з однаковими проміжками (інтервалами) часу між датами – з різними проміжками (інтервалами) часу між датами	- середня хронологічна: $\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2} \cdot y_n}{n - 1}$ - середня арифметична зважена: $\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}$

Задача 6.1 (приклад)

Дані про кількість випускників університету, за останні роки, наведені у таблиці 6.2

Таблиця 6.2 – Кількість випускників університету

Роки	Кількість випускників, тис.чол.
1-й рік	7,6
2-й рік	9,1
3-й рік	7,8
4-й рік	8,4
5-й рік	9,6

За даними, наведеними у таблиці 6.2 визначити середній рівень динамічного ряду.

Розв'язок

Оскільки ряд є інтервальним середній рівень динамічного ряду, згідно таблиці 6.1, розраховується за залежністю:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} . \quad (6.1)$$

Тоді,
$$\bar{y} = \frac{7,6 + 9,1 + 7,8 + 8,4 + 9,6}{5} = 8,5 \text{ тис. чол.}$$

Таким чином, диплом університету в середньому щороку отримують 8,5 тис. випускників.

Задача 6.2 (приклад)

За даними про товарні запаси по кварталах у роздрібній мережі, наведеними у таблиці 6.3, визначити величину середньоквартального запасу.

Таблиця 6.3 – Товарні запаси у роздрібній мережі

Дата	Товарні запаси, млн. грн.
01.01	64,1
01.04	57,8
01.07	60,0
01.10	63,2
31.12	72,3

Розв'язок

Середньоквартальний товарний запас розраховується згідно таблиці 6.1 за допомогою середньої хронологічної як для моментного рівновіддаленого ряду за залежністю:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1} . \quad (6.2)$$

Тоді,
$$\bar{y} = \frac{\frac{64,1}{2} + 57,8 + 60 + 63,2 + \frac{72,3}{2}}{4} = 62,3 \text{ млн грн}$$

Отже, середньо квартальна величина товарного запасу становить 62,3 млн. грн.

Задача 6.3 (приклад)

За даними про спискову чисельність робітників на січень,

наведеними у таблиці 6.4, визначити середньоспискову чисельність робітників за січень.

Таблиця 6.4 – Спискова чисельність робітників

Дата	Чисельність робітників, осіб
01.01	842
05.01	838
12.01	843
26.01	845

Розв'язок

Для спрощення розрахунку середньоспискової чисельності робітників будується таблиця 6.5.

Таблиця 6.5 – Робоча таблиця для розрахунку середньоспискової чисельності

Календарні періоди січня	Чисельність робітників Y , осіб	Тривалість періоду t , днів	Чисельність люд. днів $Y \cdot t$
1–4	842	4	3368
5–11	838	7	5866
12–25	843	14	11802
26–31	845	6	5070
Σ		31	26106

Оскільки ряд є моментним і нерівновіддаленим, то середньоспискова чисельність робітників, згідно таблиці 6.1, розраховується за допомогою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}. \quad (6.3)$$

Тоді,
$$\bar{Y} = \frac{26106}{31} = 842 \text{ чол.}$$

Отже, середньоспискова чисельність робітників за січень становить 842 людини.

Задача 6.4 (приклад)

Випуск продукції підприємствами промисловості України за останні досліджувані роки у порівняльних цінах характеризується, даними, наведеними у таблиці 6.6.

Таблиця 6.6 – Випуск продукції підприємствами промисловості України, млн грн (У)

Показники	Роки				
	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг випуску продукції	1400	1620	1540	1440	1320

Визначити:

- абсолютні прирости (ланцюгові і базові);
- темпи росту (ланцюгові і базові);
- темпи приросту (ланцюгові і базові);
- абсолютне значення 1% приросту;
- середні характеристики динаміки ряду.

Розв'язок

Для аналізу показників динаміки обчислюються наступні показники.

1. Абсолютний приріст це різниця між двома порівнюваними рівнями ряду динаміки. Він виражає абсолютну швидкість росту. Розраховується за залежністю:

$$\Delta y^{\text{äiö}} = y_i - y_{i-1} \quad \text{або} \quad \Delta y^{\text{áäçèñiä}} = y_i - y_0, \quad (6.4)$$

де y_i – рівень i -го року; y_0 – рівень базисного року.

2. Темпи росту представляють собою відношення рівнів наступного року до попереднього (ланцюгові) або базисного року:

$$\dot{O}_{\delta}^{\text{äiö}} = \frac{\acute{o}_z}{\acute{o}_{z-1}} \cdot 100\% \quad \text{або} \quad \dot{O}_{\delta}^{\text{áäçèñiä}} = \frac{\acute{o}_z}{\acute{o}_0} \cdot 100\%. \quad (6.5)$$

У такому випадку темп росту показує в скільки разів цей рівень ряду більше рівня ряду базисного року або яку частку від нього він складає.

3. Темп приросту є відношенням абсолютного приросту до попереднього або базисного рівня:

$$\dot{O}_{i\delta}^{\text{äiö}} = \frac{\Delta \acute{o}}{\acute{o}_{z-1}} \cdot 100\% \quad \text{або} \quad \dot{O}_{i\delta}^{\text{áäçèñiä}} = \frac{\Delta \acute{o}}{\acute{o}_0} \cdot 100\%. \quad (6.6)$$

Темп приросту може бути обчислений як різниця між темпами росту і 100%:

$$\dot{O}_{i\delta} = \dot{O}_{\delta} - 100\% . \quad (6.7)$$

4. Абсолютне значення одного процента приросту визначається як результат ділення абсолютного приросту на відповідний темп приросту виражений у процентах:

$$|\%| = \frac{\Delta\sigma}{\dot{O}_{i\delta}} \quad \text{або} \quad |\%| = 0,01 \cdot y_{i-1} . \quad (6.8)$$

Розрахунок абсолютних та відносних характеристик ряду динаміки проводяться у вигляді таблиці 6.7.

Таблиця 6.7 – Розрахунок характеристик ряду

№ з/п	Показники	Роки				
		2015	2016	2017	2018	2019
1.	Випуск продукції, млн. грн. (Y)	1400	1620	1540	1440	1320
2.	Абсолютний приріст, млн. грн.:					
	– ланцюговий	-	220	-80	-100	-120
	– базовий	-	220	140	40	-80
3.	Темп росту, %:					
	– ланцюговий	-	115,7	95,1	93,5	91,7
	– базовий	-	115,7	110	102,9	94,3
4.	Темп приросту, %:					
	– ланцюговий	-	+15,7	-4,9	-6,5	-8,3
	– базовий	-	+15,7	10	2,9	-5,7
5.	Абсолютне значення 1% приросту, млн. грн.	-	14	16,2	15,4	14,4

Середній випуск продукції визначається за формулою середньої арифметичної простої (6.1):

$$\bar{y} = \frac{7320}{5} = 1464 \text{ млн грн.}$$

Середній абсолютний приріст визначається за формулою:

$$\bar{\Delta y} = \frac{\sum \Delta\sigma^{\text{абс}}}{n-1} \quad \text{або} \quad \bar{\Delta\sigma} = \frac{y_n - y_0}{n-1} . \quad (6.9)$$

Тоді,
$$\bar{\Delta\sigma} = \frac{1320-1400}{4} = -20 \text{ млн грн.}$$

Так, середньорічне зниження випуску продукції за 5 років становить 20 млн. грн.

Середній темп росту визначається за формулою середньої геометричної:

$$\bar{O}_{\delta} = \sqrt[n]{\bar{O}_1 \cdot \bar{O}_2 \cdot \bar{O}_3 \cdot \dots \cdot \bar{O}_n}, \text{ або } \bar{O}_{\delta} = \sqrt[n-1]{\frac{\delta_n}{y_0}}. \quad (6.10)$$

Тоді, $\bar{T}_{\delta} = \sqrt[4]{1,157 \cdot 0,951 \cdot 0,935 \cdot 0,917} = 0,985,$

або $\bar{O}_{\delta} = \sqrt[4]{\frac{1320}{1400}} = 0,985.$

Для нашого прикладу $\bar{O}_{\delta} = 98,5\%$, отже, випуск продукції за 5 років зменшився в 0,985 рази.

Середньорічний темп приросту отримається, якщо відняти від середнього темпу росту 100%:

$$\bar{O}_{i\delta} = \bar{O}_{\delta} - 100\%. \quad (6.11)$$

Для нашого прикладу $\bar{T}_{np} = 98,5 - 100 = -1,5\%$.

Таким чином, в середньому за досліджувані п'ять років випуск промислової продукції скорочувався з року в рік на 20 млн. грн. або на 1,5% щороку.

Задача 6.5

За даними про валовий збір овочів за 5 років, наведеними у таблиці 6.8, визначити середній рівень ряду.

Таблиця 6.8 – Валовий збір овочів

Роки	Валовий збір овочів, тис.т.
1-й	25
2-й	27
3-й	21
4-й	23
5-й	26

Задача 6.6

За даними про чисельність відвідувачів бібліотеки у жовтні місяці: 01.10 – 20 осіб, 05.10 – 18, 16.10 – 25, 17.10 – 20, 31.10 – 17

осіб, визначити середню чисельність відвідувачів за місяць й зробити відповідні висновки.

Задача 6.7

За даними про суму залишків готової продукції на складі, що складала: на 01.02 – 13 тис.грн, 07.02 – 20, 17.02 – 14, 25.02 – 18, 01.03 – 5 тис.грн. визначити середні залишки готової продукції на складі в лютому й зробити відповідні висновки.

Задача 6.8

Дані про обсяг зібраних яблук господарством у 2013-2019 рр., наведені у таблиці 6.9.

Таблиця 6.9 – Валовий збір яблук ,тон

Показник	Роки						
	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг яблук	12	16	10	18	19	21	22

За даними таблиці 6.9 визначити показники ряду динаміки (абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту, абсолютне значення 1% приросту, середньорічні показники ряду динаміки за період) й зробити відповідні висновки.

Задача 6.9

Обсяги реалізації товарів супермаркетом за 2015-2019 рр., наведені у таблиці 6.10.

Таблиця 6.10 – Обсяги реалізації товарів, тис. грн.

Показник	Роки				
	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг реалізації	1227	2297	3089	4283	6580

За даними таблиці 6.10 визначити показники ряду динаміки (абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту, абсолютне значення 1% приросту, середньорічні показники ряду динаміки за період) й зробити відповідні висновки.

Задача 6.10

Продукція промисловості України в порівняльних цінах за 2015-2019 рр, наведені у таблиці 6.11.

Таблиця 6.11 – Обсяги реалізації промислової продукції, млн грн.

Показник	Роки				
	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг реалізації	1500	1670	1620	1430	1270.

За даними таблиці 6.11 визначити показники ряду динаміки (абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту, абсолютне значення 1% приросту, середньорічні показники ряду динаміки за період) й зробити відповідні висновки.

Питання для самоконтролю знань

1. Що таке динамічний ряд і умови їх побудови?
2. Які існують види рядів динаміки?
3. Які динамічні ряди називаються моментними, а які інтервальними?
4. Як визначити середню для інтервального ряду?
5. Які основні показники використовуються для аналізу рядів динаміки?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 4].

Тема 7. Аналіз тенденцій розвитку

При аналізі рядів динаміки виникає завдання вивчити їх основну тенденцію.

Тенденція (тренд) – це напрям розвитку певного явища.

Тенденція необхідна при вивченні сезонних коливань і при прогнозуванні розвитку досліджуваного явища на майбутнє.

Якщо під впливом випадкових факторів рівні ряду не виявляють чіткої тенденції розвитку, то для її виявлення (описання) застосовуються спеціальні статистичні методи.

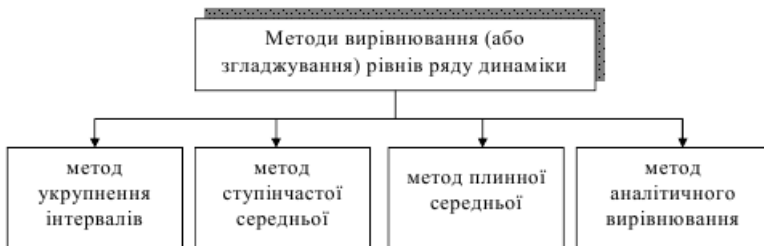


Рисунок 7.1 – Методи вирівнювання рівнів ряду динаміки

Задача 7.1 (приклад)

Дані про випуск продукції цехом підприємства за минулий рік, наведені у таблиці 7.1.

Таблиця 7.1 – Випуск продукції цехом підприємства, тис. штук

Місяць	Обсяг	Місяць	Обсяг	Місяць	Обсяг
Січень	123	Травень	124	Вересень	126
Лютий	119	Червень	127	Жовтень	129
Березень	122	Липень	128	Листопад	130
Квітень	125	Серпень	124	Грудень	126

За даними таблиці 7.1 необхідно виконати опис тенденції росту методом укрупнення інтервалів.

Розв'язок

У випадку цієї задачі місячні дані можна об'єднати по кварталах і зробити висновки про тенденції зміни випуску продукції на підприємстві:

I квартал (січень, лютий, березень) = $123+119+122 = 364$ тис. штук;

II квартал (квітень, травень, червень) = 376 тис. штук;

III квартал (липень, серпень, вересень) = 378 тис. штук;

IV квартал (жовтень, листопад, грудень) = 385 тис. штук.

В результаті укрупнення інтервалів загальна тенденція виступає чітко:

$$364 < 376 < 378 < 385$$

Отже, випуск продукції цехом підприємства має тенденцію до зростання.

Задача 7.2 (приклад)

Дані про випуск продукції підприємством по місяцях, наведені у таблиці 7.2.

Таблиця 7.2 – Випуск продукції підприємством, тис. грн.

Місяць	Фактичний	Згладженим методом	
		плинної середньої	ступінчастих середніх
1	2	3	4
січень	118	-	
лютий	124	122	
березень	124	125	122
квітень	128	125	
травень	127	129	

Продовження таблиці 7.2

1	2	3	4
червень	132	132	129
липень	136	133	
серпень	131	134	
вересень	135	136	134
жовтень	141	138	
листопад	139	142	
грудень	146	-	142

За даними таблиці 7.2 проаналізувати тенденцію випуску продукції шляхом згладжування ряду динаміки методом плинної середньої та ступінчастої середньої.

Розв'язок

Використовуючи метод плинної середньої, розраховується середня для перших рівнів (місяців) ряду. Вона дорівнює (по кварталах):

$$\bar{Y}_1 = \frac{118+124+124}{3} = 122 \text{ тис. грн.}$$

Для віднесення значення середньої до лютого необхідно залишити перший рівень (січень) і додати четвертий рівень (квітень), так розраховується наступна середня:

$$\bar{Y}_2 = \frac{124+124+128}{3} = 125 \text{ тис. грн.}$$

Використовуючи метод ступінчастих середніх розраховується спочатку обсяг продукції за три місяці, а потім знаходиться середньомісячний обсяг виробництва:

$$\bar{Y}_1 = \frac{118+124+124}{3} = 122 \text{ тис. грн.};$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{128+127+132}{3} = 129 \text{ тис. грн..}$$

Таким чином, результати обох методів показують тенденцію до зростання випуску продукції.

Задача 7.3 (приклад)

Емпіричні дані про випуск продукції підприємством легкої промисловості (у співставних цінах) за 2011-2019 рр наведені у таблиці 7.3.

Таблиця 7.3 – Обсяги випуску продукції підприємством легкої промисловості, млн. грн.

Показник	Роки								
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг випуску	221	235	272	285	304	320	360	371	395

Вирівняти ряд динаміки по прямій, використовуючи метод аналітичного вирівнювання.

Розв'язок

Для вирівнювання ряду по прямій використовується рівняння:

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot t. \quad (7.1)$$

Оскільки в рядах динаміки значення t є показниками часу (місяці, роки), то завжди можна надати їм таке значення, щоб їх сума дорівнювала 0. Якщо є непарна кількість членів ряду, то показник часу середнього члену ряду приймається рівним 0, а по два боки від нього отримуються: -1, -2, -3, -4 і 1, 2, 3, 4. Розрахунок ведеться у формі таблиці 7.4.

Таблиця 7.4 – Розрахункова таблиця

Роки	Випуск продукції, тис. грн.	t	yt	t^2	y_t	$y - y_t$	$(y - y_t)^2$
2011	221	-4	-884	16	219,33	1,67	2,78
2012	235	-3	-705	9	241,25	-6,25	39,06
2013	272	-2	-544	4	263,17	8,83	78,03
2014	285	-1	-285	1	285,08	-0,08	0,01
2015	304	0	0	0	307,00	-3,00	9,00
2016	320	1	320	1	328,92	-8,92	79,51
2017	360	2	720	4	350,83	9,17	84,03
2018	371	3	1113	9	372,75	-1,75	3,06
2019	395	4	1580	16	394,67	0,33	0,11
Разом:	2763	0	1315	60	2763		295,58

Якщо сума t дорівнює 0, то параметри рівняння мають вигляд:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}. \quad (7.2)$$

$$a_1 = \frac{\sum y_t}{\sum t^2}. \quad (7.3)$$

Тоді,
$$a_0 = \frac{2763}{9} = 307 \text{ тис. грн.};$$

$$a_1 = \frac{1315}{60} = 21,92 \text{ тис. грн.}$$

Таким чином, рівняння тренду набуде вигляду:

$$y_t = 307 + 21,92 t.$$

Це означає, що середньорічний абсолютний приріст випуску продукції складає 21,92 тис. грн, а в середньому за рік випускалось продукції на 307 тис. грн.

При збереженні існуючої тенденції розвитку, випуск продукції в наступному 2020 році становитиме 416,6 тис. грн.

$$y_5 = 307 + 21,92 \cdot 5 = 416,6.$$

Отримані величини теоретичних рівнів ряду y_t наносяться на графік пунктиром. Це і є графічне відображення загальної тенденції випуску продукції підприємством, як показано на рисунку 7.1.

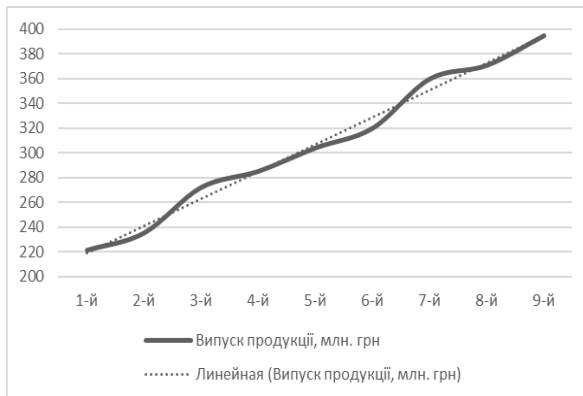


Рисунок 7.1 – Графічне відображення загальної тенденції випуску продукції підприємством

Задача 7.4

За даними про випуск продукції підприємством, наведеними у таблиці 7.5, вирівняти ряд по прямій і зробити прогноз на наступний 2020 рік.

Таблиця 7.5 – Випуск продукції підприємством, млн. грн.

Показник	Роки				
	2015	2016	2017	2018	2019
Обсяг випуску продукції	2,21	1,85	2,15	2,20	2,35

Задача 7.5

За даними про валовий збір овочів в господарствах району, наведеними у таблиці 7.6, виконати аналітичне вирівнювання ряду по прямій і побудувати тренд.

Таблиця 7.6 – Валовий збір овочів, тис.ц.

Показник	Роки				
	2015	2016	2017	2018	2019
Валовий збір овочів	640	650	620	630	670

Задача 7.5

За даними про споживання риби населенням, наведеними у таблиці 7.7, вирівняти ряд по прямій, спрогнозувати споживання на наступні 5 років і зобразити графічно результати.

Таблиця 7.7 – Споживання риби населенням, кг на душу населення

Показник	Роки				Разом
	2016	2017	2018	2019	
Споживання риби населенням	24	21	23	19	87

Задача 7.6

За даними про середньодобове споживання електроенергії, наведеними у таблиці 7.8, проаналізувати тенденцію середньодобового споживання електроенергії, шляхом згладжування ряду динаміки методом плинної середньої та ступінчастої середньої.

Таблиця 7.8 – Середньодобове споживання електроенергії,
тис. кВт-год

Місяць	Середньодобове споживання електроенергії
Січень	16,7
Лютий	14,1
Березень	13,4
Квітень	9,7
Травень	8,2
Червень	7,5
Липень	8,4
Серпень	9,8
Вересень	10,9
Жовтень	12,2
Листопад	15,8
Грудень	17,3

Питання для самоконтролю знань

1. Які найважливіші прийоми обробки і аналізу динамічних рядів ви знаєте?
2. В чому суть методу укрупнення інтервалів?
3. Як визначити основну тенденцію розвитку явищ методом плинної середньої?
4. В чому суть методу аналітичного вирівнювання динамічних рядів?
5. Що таке інтерполяція (екстрополяція) рядів динаміки і її значення?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 4, 8].

Тема 8. Статистичні методи аналізу кореляційних зв'язків

Усі явища та процеси, що існують в природі та суспільстві, взаємопов'язані, тому вивчення взаємозв'язків та причинних залежностей є одним з найважливіших завдань статистики. Умови і причини являють собою фактори. Ознака, що характеризує

наслідок, називається **результативною**, а та, що характеризує фактор – **факторною**.

За статистичною природою зв'язки поділяють на **функціональні** та **стохастичні**. При **функціональному зв'язку** кожному значенню факторної ознаки X відповідає чітко виражене значення результативної ознаки Y , при **стохастичному зв'язку** кожному значенню ознаки X відповідає певна множина значень ознаки Y , що варіюють. Підвидом стохастичної залежності є **кореляційна** залежність, коли зі зміною факторної ознаки X змінюються групові середні результативної ознаки Y .

За аналітичним вираженням зв'язки бувають **прямолінійні** – це зв'язки при яких залежність результативної ознаки від факторної виражається рівнянням прямої лінії, та **криволінійні** – зв'язки за яких залежність результативної ознаки від факторної виражається рівнянням прямої, гіперболи, параболи.

За направленістю зв'язки бувають **прямі** – коли результативна ознака змінюється у тому ж напрямку, що й ознака факторна, та **обернені** – за яких направленість дії факторної і результативної ознаки не збігаються.

Аналіз взаємозв'язку складається з таких етапів:

- теоретичне обґрунтування моделі аналітичного групування;
- оцінка лінії регресії;
- вимірювання тісноти зв'язку або щільності.

Задача 8.1 (приклад)

Дані про випуск продукції та енергоозброєність праці на 1 працівника по досліджуваних 10-ти підприємствах, наведені у таблиці 8.1.

Таблиця 8.1 – Випуск продукції та енергоозброєність праці на 1-го працівника

№ з/п	Показник	Од. вим.	Підприємства									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	Енергоозброєність праці	Квт	2	5	3	7	2	6	4	9	8	4
2.	Випуск продукції на 1 працівника	тис. грн	3	6	4	6	4	8	6	9	9	5

Залежність між енергоозброєністю праці і продуктивністю праці – лінійна і виражається рівнянням прямої:

$$y_x = a_0 + a_1 \cdot x. \quad (8.1)$$

Визначити:

1. Параметри лінійного рівняння регресії.
2. Наскільки в середньому збільшиться виробіток при збільшенні енергоозброєності праці на одиницю.
3. Оцінити тісноту зв'язку між ознаками.
4. Графічно відобразити емпіричну і теоретичну залежність.

Розв'язок

Залежність між енергоозброєністю праці і продуктивністю праці лінійна і виражається рівнянням прямої, отже рівняння регресії має вигляд:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x. \quad (8.2)$$

Визначаються параметри рівняння за залежностями:

$$a_1 = \frac{\bar{x}\bar{y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2}, \quad (8.3)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}. \quad (8.4)$$

Тоді,
$$a_1 = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{30,4 - 25} = \frac{4,3}{5,4} = 0,796,$$

$$a_0 = 6 - 0,796 \cdot 5 = 2,02,$$

$$y_x = 2,02 + 0,796x;$$

де $\bar{x} = 50 \div 10 = 5$, $\bar{y} = 60 \div 10 = 6$.

Коефіцієнт регресії a_1 показує на скільки зміниться результативна ознака при зміні факторної ознаки на 1,0. Отже, якщо енергоозброєність збільшується на 1,0 Квт, то випуск продукції на одного працівника збільшується на 0,796 тис. грн.

Далі визначаються параметри рівняння прямої у вигляді таблиці 8.2.

При лінійній залежності тіснота зв'язку між результативною і факторною ознаками визначається за допомогою таких показників – лінійний коефіцієнт кореляції, кореляційне співвідношення та індекс кореляції. Для їх розрахунку будеться таблиця 8.3.

Таблиця 8.2 – Розрахункова таблиця для визначення параметрів рівняння прямої

№ з/п	Енергоозброєність праці, КВ/год. (x)	Продуктивність праці одного працівника, тис. грн. (y)	$x \cdot y$	x^2	y_x
1	2	3	6	4	3,61
2	5	6	30	25	6
3	3	4	12	9	4,41
4	7	6	42	49	7,59
5	2	4	8	4	3,61
6	6	8	48	36	6,8
7	4	6	24	16	5,2
8	9	9	81	81	9,19
9	8	9	72	64	8,38
10	4	5	20	16	5,2
Разом	50	60	343	304	60
В середньому	5	6	34,3	30,4	–

Таблиця 8.3 – Розрахункова таблиця оцінки тісноти зв'язку між енергоозброєністю праці та продуктивністю праці

№ з/п	Енергоозброєність праці, кВ/год. (x)	Продуктивність праці 1 працівника, тис. грн.од.	y_x	$(y_x - \bar{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(y - y_x)^2$
1	2	3	3,61	5,71	9	0,37
2	5	6	6	0	0	0
3	3	4	4,41	2,53	4	0,17
4	7	6	7,59	2,53	0	2,53
5	2	4	3,61	5,71	4	0,37
6	6	8	6,8	0,64	4	1,44
7	4	6	5,2	0,64	0	0,64
8	9	9	9,19	10,18	9	0,036
9	8	9	8,38	5,66	9	0,38
10	4	5	5,2	0,64	1	0,04
Разом	50	60	60	34,24	40	5,76
В сер.	5	6	–	–	–	–

Визначаються показники тісноти зв'язку:

1. Кореляційне співвідношення визначається за залежністю:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (8.5)$$

Тоді,

$$\eta = \sqrt{\frac{34,24}{40}} = 0,925.$$

Це свідчить про тісний зв'язок, оскільки результати наближаються до одиниці.

2. Індекс кореляції визначається за наступною залежністю:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (8.6)$$

Тоді,

$$R = \sqrt{1 - \frac{5,76}{40}} = 0,925.$$

Це свідчить про тісний зв'язок, оскільки результати наближаються до 1,0.

3. Коефіцієнт детермінації визначається за залежністю:

$$D = \eta^2. \quad (8.7)$$

Тоді,

$$D = 0,925^2 = 0,856.$$

Коефіцієнт детермінації показує, що випуск продукції на 86% залежить від впливу енергоозброєності, а на 14% – від впливу інших факторів.

4. Лінійний коефіцієнт кореляції визначається за залежністю:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}; \quad (8.8)$$

де

$$\sigma_x = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2}, \quad (8.9)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}. \quad (8.10)$$

Тоді,

$$r = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{\sqrt{30,4 - 25} \cdot \sqrt{40 - 36}} = \frac{4,3}{4,65} = 0,93.$$

Це свідчить, що зв'язок тісний і прямий, оскільки значення показника додатне, а результати наближаються до 1,0.

Задача 8.2

В результаті дослідження робітників 8 підприємств встановлені дані, наведені у таблиці 8.4.

Таблиця 8.4 – Стаж роботи і виробіток робітників

№ з/п	Показник	Од. вим.	Підприємства							
			1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Стаж роботи	років	1	3	4	2	5	7	8	9
2.	Вирібок 1 робітника за зміну	шт	80	90	120	100	110	150	160	130

Необхідно: 1) вибрати факторну та результативну ознаки; 2) обґрунтувати вид рівняння регресії; 3) розрахувати параметри регресії; 4) дати графічне відображення теоретичної залежності; 5) проаналізувати параметри рівняння регресії; 6) дати оцінку тісноти зв'язку між ознаками та зробити висновки.

Задача 8.3

Фондовіддача та продуктивність праці на підприємствах характеризуються даними, наведеними у таблиці 8.5.

Таблиця 8.5 – Фондовіддача та продуктивність праці працівників

№ з/п	Показник	Од. вим.	Підприємства						
			1	2	3	4	5	6	7
1.	Фондовіддача	грн	1,1	1,18	1,11	1,04	1,02	1,04	1,25
2.	Обсяг виготовленої продукції	грн	1390	1840	1580	1210	1520	1312	2040

Необхідно: 1) вибрати факторну та результативну ознаки; 2) обґрунтувати вид рівняння регресії; 3) розрахувати параметри регресії; 4) дати графічне відображення теоретичної залежності; 5) проаналізувати параметри рівняння регресії; 6) дати оцінку тісноти зв'язку між ознаками та зробити висновки.

Задача 8.4

За результатами опитування пасажирів авіакомпанії отримані дані, наведені у таблиці 8.6.

Таблиця 8.6 – Результати опитування пасажирів

№ з/п	Показник	Авіакомпанії							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Оцінка безпеки	0,7	0,68	0,59	0,45	0,63	0,5	0,46	0,24
2.	Рейтинг авіакомпанії	3,9	3,9	3,8	3,7	3,6	3,3	3,3	3,1

Необхідно: 1) вибрати факторну та результативну ознаки; 2) обґрунтувати вид рівняння регресії; 3) розрахувати параметри регресії; 4) дати графічне відображення теоретичної залежності; 5) проаналізувати параметри рівняння регресії; 6) дати оцінку тісноти зв'язку між ознаками та зробити висновки.

Питання для самоконтролю знань

1. В чому полягають основні завдання статистичного вимірювання взаємозв'язків?
2. Який зв'язок є функціональним і як він проявляється?
3. Форми прояву кореляційного зв'язку?
4. В чому полягає суть лінії регресії і які основні моделі кореляційного зв'язку?
5. Які показники застосовуються для виміру тісноти зв'язку в регресійній моделі і як вони визначаються?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 4].

Тема 9. Вибірковий метод

Вибіркове спостереження – це найбільш удосконалений науково-обґрунтований спосіб несучільного спостереження при якому досліджується не вся сукупність, а лише частина, яка відібрана за певними правилами вибірки і забезпечує отримання даних, що характеризують сукупність в цілому. Цим забезпечується репрезентативність вибіркової сукупності, тобто її властивість відтворювати всю генеральну сукупність.

На рисунку 9.1 наведено способи і методи відбору одиниць у вибірку сукупність, а в таблицях 9.1 – 9.2 методику розрахунку похибки вибірки при випадковому і механічному способах відбору та необхідної чисельності вибірки.



Рисунок 9.1 – Способи і методи відбору одиниць у вибірку сукупність

Таблиця 9.1 – Розрахунок похибки вибірки при випадковому та механічному способах відбору

Метод відбору	При визначенні середньої	При визначенні частки
Повторний	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$
Безповторний	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Таблиця 9.2 – Розрахунок необхідної чисельності вибірки

№ з/п	Спосіб відбору	Ознака, виражена	
		середньою величиною	часткою
1.	Повторний	$n = \frac{\sigma^2 t^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}$	$n = \frac{w \cdot (1-w) \cdot t^2}{\Delta_w^2}$
2.	Безповторний	$n = \frac{\sigma^2 t^2 N}{\Delta_{\bar{x}}^2 N + \sigma^2 t^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$

Задача 9.1 (приклад)

Методом випадкової і повторної вибірки було взято для перевірки на вагу 200 штук деталей. В результаті була встановлена середня вага деталей – 30 г, при середньо квадратичному відхиленні 4 г з ймовірністю 0,954. Необхідно визначити межі, в яких знаходиться середня вага деталей у генеральній сукупності.

Розв'язок

При визначенні помилки вибірки мова йде про те, щоб максимально наблизити показники вибіркової сукупності до показників генеральної сукупності і виявити допустимі граничні відхилення цих показників.

У загальному виразі границя помилки вибірки визначається за залежністю:

$$\Delta = t \cdot \mu. \quad (9.1)$$

Наприклад,

$$\begin{aligned} p = 0,954 & \rightarrow \Delta = 2\mu; \\ p = 0,997 & \rightarrow \Delta = 3\mu. \end{aligned}$$

де Δ – гранична помилка; t – коефіцієнт, який пов'язаний з ймовірністю, що гарантує результат (значення t при заданій ймовірності p визначається за таблицею значень $\varphi(t)$, яка розраховується як похідна за формулою Лапласа); μ – помилка вибірки.

Величина середньої помилки вибірки μ різна для окремих видів випадкового відбору. При найбільш простій системі – випадковому повторному відборі, середня помилка визначається за формулою:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (9.2)$$

1. Середня помилка вибіркової середньої:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{16}{200}} = 0,283 \text{ г}$$

2. Гранична помилка з ймовірністю 0,954 становить:

$$\Delta \bar{x} = t \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \times 0,283 = \pm 0,57 \text{ г}$$

3. Довірчі межі знаходження середньої ваги деталі в генеральній сукупності:

$$\bar{X} = \tilde{X} \pm \Delta_{\tilde{X}}. \quad (9.3)$$

де \bar{X} – генеральна середня; \tilde{X} – вибіркова середня; $\Delta_{\tilde{X}}$ – помилка вибіркової середньої.

$$\bar{X} = 30 \pm 0,57; \quad 29,4 \leq \bar{O} \leq 30,57.$$

Отже, з ймовірністю 0,954, можна стверджувати, що вага деталі в середньому для всієї партії не більше 30,57 г і не менше 29,43 г.

Задача 9.2 (приклад)

У містечку для визначення середньої кількості дітей в сім'ї, була проведена 2% випадкова, безповторна вибірка сімей. В результаті обстеження отримано дані, наведені у таблиці 9.3.

Таблиця 9.3 – Результат вибірки обстеження сімей

Чисельність дітей в сім'ї, осіб (x)	0	1	2	3	4	5
Кількість сімей, од. (f)	10	20	12	4	2	2

Необхідно з $p=0,997$ визначити межі в яких буде знаходитись середня кількість дітей в сім'ї у містечку.

Розв'язок

Середня кількість дітей по вибірковій сукупності:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} . \quad (9.4)$$

$$\text{Тоді, } \bar{x} = \frac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{50} = \frac{84}{50} = 1,5 \text{ дітей;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{\sum f} . \quad (9.5)$$

$$\sigma^2 = \frac{(-1,5)^2 \cdot 10 + (-0,5)^2 \cdot 20 + 0,5^2 \cdot 12 + 1,5^2 \cdot 4 + 2,5^2 \cdot 2 + 3,5^2 \cdot 2}{50} = 1,53.$$

Оскільки вибірка за умовою задачі дорівнює 2%, а n дорівнює 50 сімей, то:

$$N = \frac{50 \cdot 100}{2} = 2500 \text{ сімей.}$$

Визначається гранична помилку для середньої за формулою:

$$\Delta \bar{x} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} - (1 - \frac{n}{N})} . \quad (9.6)$$

$$\text{Тоді, } \Delta \bar{x} = 3 \sqrt{\frac{1,53}{50} (1 - \frac{50}{2500})} = 0,5;$$

Визначаються межі, в яких буде знаходитись середня кількість дітей у сім'ї в генеральній сукупності (містечку):

$$1,5 - 0,5 \leq \bar{X} \leq 1,5 + 0,5$$

$$1 \leq \bar{X} \leq 2$$

Отже, з ймовірністю 0,997 можна стверджувати, що середня кількість дітей в сім'ях містечка коливається в межах від 1 до 2 дітей.

Задача 9.3 (приклад)

При обстеженні 100 зразків виробів, вибраних із партії у випадковому порядку, виявились 20 нестандартних. З ймовірністю $p = 0,954$ визначити межі, в яких знаходиться частка нестандартної продукції в партії.

Розв'язок

Частка нестандартної продукції в партії (генеральній сукупності) = частці у вибірковій сукупності \pm гранична помилка:

$$P = \varpi + \Delta \varpi . \quad (9.7)$$

Отже, визначаємо частку нестандартної продукції у вибірковій сукупності:

$$\varpi = \frac{m}{n} . \quad (9.8)$$

Тоді,

$$\varpi = \frac{20}{100} = 0,2 .$$

Визначаємо граничну та середню похибку:

Якщо,

$$\Delta = t \cdot \mu , \quad (9.9)$$

і

$$\mu = \sqrt{\frac{\varpi(1-\varpi)}{n}} , \quad (9.10)$$

то можна записати: $\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\varpi(1-\varpi)}{n}} .$

Тоді,

$$\Delta = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{100}} = 0,08 .$$

$$\varpi - \Delta \varpi = 0,2 - 0,08 = 0,12 ;$$

$$\varpi + \Delta \varpi = 0,2 + 0,08 = 0,28 ;$$

$$0,12 \leq p \leq 0,28 ;$$

або

$$12\% \leq p \leq 28\% .$$

Отже, з ймовірністю 0,954, можна стверджувати, що частка нестандартної продукції в партії не більше 28% і не менше 12%.

Задача 9.4

Методом випадкової повторної вибірки було взято для перевірки на вагу 300 коробок цукерок. В результаті була встановлена середня вага цукерок – 160 г., при середньоквадратичному відхиленні – 5 г. З ймовірністю 0,954 необхідно визначити, в яких межах коливається середня вага для генеральної сукупності.

Задача 9.5

Результати вимірюного вмісту жиру у 15 партіях молока підприємства, наведені у таблиці 9.4.

Таблиця 9.4 – Вміст жиру у молоці

Вміст жиру у %	Кількість партій
2,8	4
2,9	3
3,0	5
3,4	3

На основі цих даних обчислити:

- середній вміст жиру в молоці;
- середньоквадратичне відхилення і дисперсію вмісту жиру;
- з ймовірністю 0,954 граничну помилку вибірки та інтервал, в якому знаходиться середній вміст жиру в молоці.

Задача 9.6

У районі для визначення середньої кількості дітей в сім'ї була проведена 5% безповторна вибірка сімей. В результаті обстеження отримали дані, наведені у таблиці 9.5.

Таблиця 9.5 – Кількість дітей у сім'ях

Кількість дітей в сім'ї	Кількість сімей
0	30
1	85
2	42
3	25
4	4
5	4

Необхідно з ймовірністю 0,997 визначити межі, в яких знаходиться середня кількість дітей в сім'ї по району.

Задача 9.7

Для встановлення частки стандартних кавунів взято 10 проб по 60 кг із 10 автомобілів вантажопідйомністю 5 т кожний. Виявлено, що стандартних за формою і розмірами було 80%. Визначити з ймовірністю 0,954 границі в яких знаходиться частка стандартної продукції всієї партії кавунів.

Задача 9.8

При вибіркового спостереженні 3% виробів з партії готової продукції одержані дані про вміст вологи у виробах, наведені у таблиці 9.6.

Таблиця 9.6 – Вміст вологи у виробах

% вмісту вологи	Кількість виробів	Середина інтервалу
до 15	8	14
15 – 17	23	16
17 – 19	35	18
19 – 21	20	20
21 - 23	13	22

Визначити:

- середній % вологості у вибірці;
- дисперсію вологості;
- з ймовірністю 0,997 граничну помилку вибірки для середньої вологості всієї партії виробів;
- з ймовірністю 0,954 – межі, в яких коливається частка стандарту продукції з вологоємністю до 15%.

Задача 9.9

Визначити, скільки потрібно відібрати магазинів типу «Продтовари» для того, щоб розрахувати середньорічну кількість покупців на 1 магазин при граничній помилці вибірки 99,7%, щоб гранична помилка репрезентативності була не більше 25 чол., при середньому квадратичному відхиленні рівному 75 покупців.

Задача 9.10

З 12000 сімей робітників, службовців та селян треба відібрати сім'ї для вибіркового обстеження середньої кількості членів сім'ї з

точністю 99,7%, граничною помилкою вибірки 0,5 чол. та дисперсією, що складала, згідно з попередніми дослідженнями 10,0.

Задача 9.11

З різних вагонів вугілля, що надійшло на електростанцію, з метою визначення його зольності взято 100 проб. Результати аналізу, наведені у таблиці 9.7.

Таблиця 9.7 – Проби вугілля

Зольність, %	До 14	14-16	16-18	18-20	20 і більше	Разом
Число проб	8	17	36	25	14	100

Визначити:

- а) середню зольність вугілля та довірчий інтервал для середньої з ймовірністю 0,954;
- б) з тією ж ймовірністю довірчий інтервал частки вугілля, зольність якого менша 16 %.

Питання для самоконтролю знань

1. Що таке вибіркове спостереження ?
2. Що розуміється під генеральною і вибірковою сукупністю? Їх позначення.
3. Що таке генеральна і вибіркова середня? Як вони позначаються?
4. Генеральна і вибіркова частка. Їх визначення і позначення.
5. Перерахуйте та охарактеризуйте основні види відбору.
6. Схеми відбору, їх коротка характеристика.
7. Що таке коефіцієнт довіри і від чого залежить його величина?
8. За якими формулами визначається необхідна величина вибірки при повторному та безповторному відборі?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 6].

Тема 10. Графічний метод. Статистичні таблиці

Статистичний графік – являє собою систему подання інформації про соціально-економічні явища за допомогою наочного зображення статистичних числових величин та їх співвідношень з використанням знакових систем: крапок, знаків, ліній, геометричних фігур, малюнків з метою їх узагальнення і подальшого аналізу.

Класифікацію графіків, наведено у таблиці 10.1.

Таблиця 10.1 – Класифікація графіків

№ з/п	Ознака класифікації	Вид графіка
1.	Загальне призначення	– аналітичні; – ілюстративні; – інформаційні.
2.	Функціонально-цільове призначення	– групувань і рядів розподілу; – рядів динаміки; – взаємозв'язку; – порівняння.
3.	Вид поля графіка	– діаграми (лінійні, стовпчикові, стрічкові, кругові, радіальні тощо); – картограми.

Статистична таблиця – це компактна і раціональна форма викладення результатів зведення і групування. Види таблиць, наведено на рисунку 10.1.

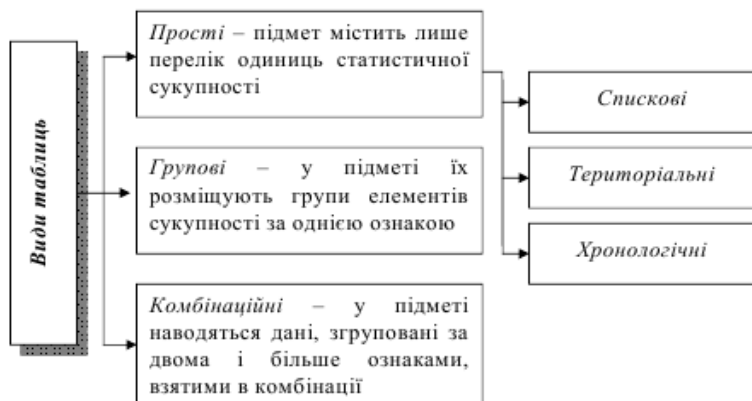


Рисунок 10.1 – Види таблиць

Питання для самоконтролю знань

1. Які є види графічного зображення інформації? Як вони будуються?
2. Які функції графіків у статистичному дослідженні?
3. Що таке підмет таблиці?
4. Що таке присудок таблиці?
5. Назвіть основні правила побудови таблиць?

Рекомендована література: [1, 2, 4, 8].

Тема 11. Аналіз таблиць взаємної спряженості. Статистична перевірка гіпотез

Для оцінки тісноти зв'язку використовується ряд показників, одні з яких називаються **емпіричними** або **непараметричними**, а інші, що виводяться строго математично – **теоретичними**.

У випадку коли параметричні методи не можна застосовувати, (наприклад, якщо ознаки не піддаються кількісному виміру (є атрибутивними) або не виконується припущення про нормальний розподіл результативної ознаки (як кількісної так і якісної) для сукупностей незначного обсягу) тоді застосовують непараметричні методи дослідження взаємозв'язків.

В основі обчислення щільності зв'язку між атрибутивними ознаками лежить побудова таблиць співзалежності (взаємної спряженості), у яких представлені комбінаційні розподіли сукупностей за факторною ознакою – по рядках, та результативною – по стовпчиках.

Для вимірювання щільності зв'язку між двома альтернативними ознаками використовують коефіцієнт асоціації та коефіцієнт контингенції, які обчислюються за формулами:

– коефіцієнт асоціації:

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc}; \quad (11.1)$$

– коефіцієнт контингенції:

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}. \quad (11.2)$$

Для розрахунку цих коефіцієнтів використовується схема, наведена у таблиці 11.1.

Таблиця 11.1 – Схема взаємної спряженості

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a+b</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c+d</i>
<i>a+c</i>	<i>b+d</i>	<i>a+b+c+d</i>

Коефіцієнт кореляції рангів (коефіцієнт Спірмена) розраховується не по значенням двох взаємопов'язаних ознак, а по їх рангах.

Задача 11.1 (приклад)

Дані про внесення добрив у ґрунт та урожайність зернових культур по 60 ділянках господарства, наведені у таблиці 8.6.

Таблиця 11.2 – Урожайність зернових культур і кількість внесених добрив

№ з/п	Ступінь внесення добрив	Урожайність зернових культур, ц/га	
		низька	висока
1.	Низька	16	10
2.	Висока	6	28
	Всього	22	38

Встановити тісноту, істотність зв'язку між урожайністю зернових культур і ступенем внесення добрив.

Розв'язок

1. Формується розрахункова таблиця 11.3 згідно схеми, наведеної у таблиці 11.1.

Таблиця 11.3 – Розрахункова таблиця для обчислення коефіцієнтів асоціації і контингенції

№ з/п	Ступінь внесення добрив	Урожайність зернових культур, ц/га		
		низька	висока	всього
1.	Низька	16 (a)	10 (b)	26 (a+b)
2.	Висока	6 (c)	28 (d)	34 (c+d)
	Разом	22 (a+c)	38 (b+d)	60 (a+b+c+d)

2. Коефіцієнт контингенції складе:

$$K = \frac{16 \cdot 28 - 60}{\sqrt{26 \cdot 38 \cdot 22 \cdot 34}} = 0,453 \geq 0,3.$$

Отже, між урожайністю зернових культур і рівнем внесення добрив, як показує коефіцієнт контингенції, існує кореляційний зв'язок.

3. Коефіцієнт асоціації дорівнює:

$$A = \frac{16 \cdot 28 - 10 \cdot 6}{16 \cdot 28 + 60} = \frac{388}{508} = 0,763 \geq 0,5$$

Отже, як показує коефіцієнт між урожайністю зернових культур і рівнем внесення добрив існує тісний зв'язок.

Задача 11.2 (приклад)

Дані про врожайність картоплі і кількість внесених мінеральних добрив у 10 господарствах району, наведені у таблиці 11.4.

Таблиця 11.4 – Урожайність картоплі і кількість внесених мінеральних добрив

№ з/п	Показник	Од. вим.	Господарства									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	Добрива (x)	кг/га	140	148	150	150	185	190	201	220	220	240
2.	Урожайність (y)	ц/га	135	135	182	175	200	200	200	210	265	250

За допомогою коефіцієнтів кореляції рангів Спірмена визначити тісноту зв'язку між ознаками.

Розв'язок

Значення величин внесених добрив і урожайності картоплі розташовуються у порядку зростання й встановлюються ранги (порядкові номери величини ознаки). Для зручності формується таблиця 11.5.

Таблиця 11.5 – Розрахункова таблиця розрахунку тісноти зв'язку між ознаками

Господарства	Добрива, кг/га (x)	Картопля, ц/га (y)	Ранг розміру добрив R_1	Ранг урожайності R_2	Різниця рангів $d = R_1 - R_2$	d^2
1	140	135	1	1.5	-0.5	0.25
2	148	135	2	1.5	0.5	0.25
3	150	182	3.5	4	-0.5	0.25
4	150	175	3.5	3	0.5	0.25
5	185	200	5	6	-1	1
6	190	200	6	6	0	0
7	202	200	7	6	1	1
8	220	210	8.5	8	0.5	0.25
9	220	265	8.5	10	-0.5	0.25
10	240	250	10	9	1	1
Разом						6.5

Коефіцієнт кореляції рангів визначається за залежністю:

$$\rho = \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)}. \quad (11.3)$$

Тоді,
$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 6.5}{10 \cdot (100 - 1)} = 0,96.$$

Отже, зв'язок між урожайністю картоплі та кількістю внесених добрив прямий і тісний.

Статистична перевірка гіпотез відбувається на основі перевірки істотності відхилень групових середніх, що здійснюється за допомогою критеріїв математичної статистики. Вона ґрунтується на порівнянні $\eta^2 (\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2})$ з **критичним** (максимально можливим, яке може виникнути випадково при відсутності кореляційного зв'язку).

Якщо фактичне значення $\eta^2 > \eta_{kp}$ критичного, то зв'язок між результативною і факторною ознаками вважається істотним.

Якщо $\eta^2 < \eta_{kp} \rightarrow$ наявність кореляційного зв'язку недоведена і зв'язок вважається **неістотним**.

Питання для самоконтролю знань

1. Які методи непараметричного дослідження взаємозв'язків існують?
2. Як визначити коефіцієнти взаємної спряженості Пірсона і Чупрова?
3. Як визначити і пояснити коефіцієнти кореляції Пірсона?
4. Яким чином перевіряються гіпотези?
5. Як використовується для перевірки суттєвості зв'язку критерій Фішера?
6. В яких випадках визначається коефіцієнт асоціації?
7. В чому суть рангової кореляції і в яких випадках її доцільно застосовувати?
8. Як визначити коефіцієнт кореляції рангів Спірмена?

Рекомендована література [1, 2, 6, 8].

Тема 12. Індекси

Індекс – це особлива відносна величина, за допомогою якої можливо вимірювати безпосередньо неспівставні явища, а також проводити оцінку ролі окремих факторів, що формують складне соціально-економічне явище.

На рисунку 12.1 наведено приклад розрахунку індивідуальних індексів, а порядок їх розрахунку – на рисунку 12.2.

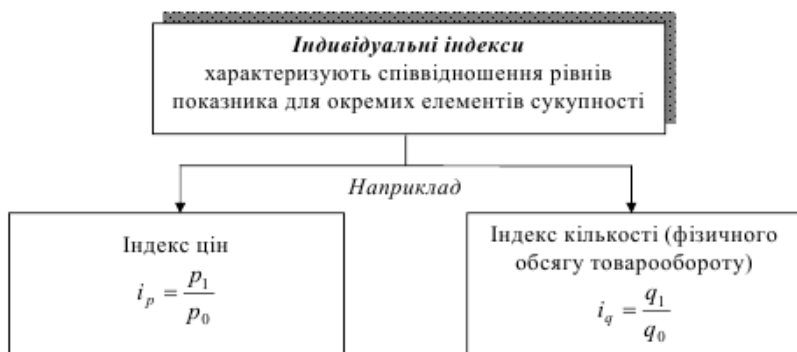


Рисунок 12.1 – Приклад розрахунку індивідуальних індексів

де $p_{0(i)}$ – ціна одиниці i -го найменування товару базисного (звітного) періоду; $q_{0(i)}$ – фізичний обсяг реалізації i -го найменування товару базисного (звітного) періоду.

Загальні індекси виражають співвідношення між складними соціально-економічними явищами, які складаються або з неспівставних елементів, або з окремих частин цих явищ.

Задача 12.1 (приклад)

Про зміни реалізації фруктів в магазині за два місяці свідчать дані, наведені у таблиці 12.1.

Таблиця 12.1 – Реалізація верхнього одягу в комерційному магазині

Фрукти	Ціна за одиницю, грн		Реалізовано товару, кг	
	базовий, p_0	поточний, p_1	базовий, q_0	поточний, q_1
Апельсини	22	30	50	60
Мандарини	26	38	45	30

Визначити:

- індивідуальні індекси: ціни, фізичного обсягу та товарообігу;
- загальні індекси: товарообігу, цін, фізичного обсягу, реалізації;
- показати взаємозв'язок загальних індексів;
- обчислити абсолютний приріст товарообігу в цілому та за рахунок кожного фактору, зробити висновки.

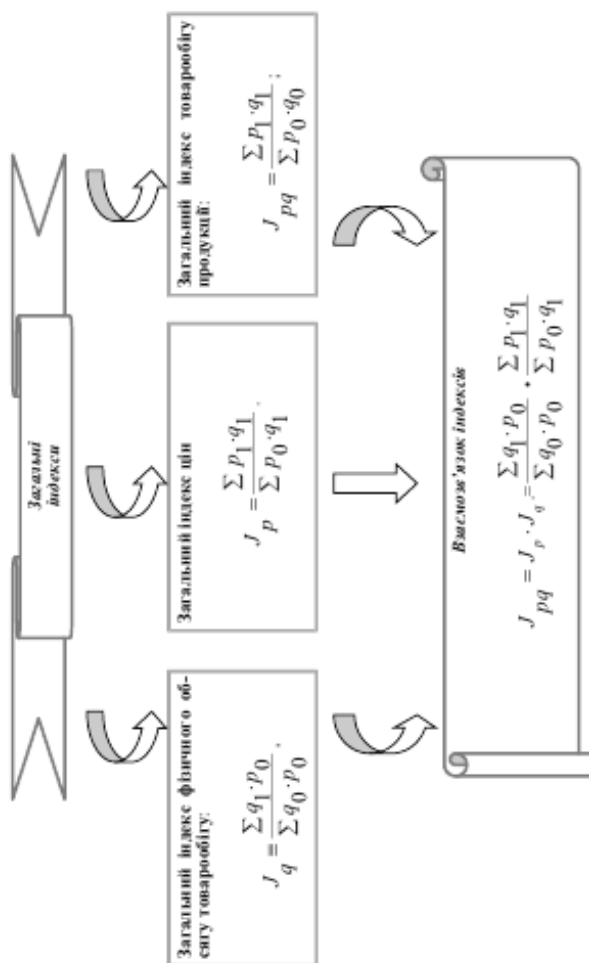


Рисунок 12.2 – Порядок розрахунку загальних індексів

Розв'язок

Індивідуальні індекси обчислюються окремо для кожної групи товарів. Так, індивідуальний індекс ціни визначається за формулою:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad (12.1)$$

Тоді,

$$i_p^{\text{апельсинів}} = \frac{30}{22} = 1,364,$$

$$i_p^{\text{мандаринів}} = \frac{38}{26} = 1,462.$$

Отже, значення обох індексів свідчить про підвищення цін, як на апельсини (36,4%), так і на мандарини (46,2%).

Аналогічно визначаємо індивідуальні індекси фізичного обсягу:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}. \quad (12.2)$$

Тоді,

$$i_q^{\text{апельсинів}} = \frac{60}{50} = 1,2 = 120\%,$$

$$i_q^{\text{мандаринів}} = \frac{30}{45} = 0,667 = 66,7\%.$$

Отже, кількість реалізованих апельсинів зросла на 20% в поточному році порівняно з базовим, а кількість проданих мандаринів зменшилась на 33% (100 – 66,7).

Індивідуальні індекси товарообігу:

$$i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0}. \quad (12.3)$$

Тоді,

$$i_{pq}^{\text{апельсинів}} = 1,364 \cdot 1,2 = 1,636,$$

$$i_{pq}^{\text{мандаринів}} = 1,462 \cdot 0,667 = 0,975.$$

Виручка від реалізації апельсинів у поточному періоді порівняно з базовим збільшилася на 63,6%, а від реалізації мандаринів скоротилася на 22,6%.

Загальний індекс товарообігу в цілому по магазину:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}. \quad (12.4)$$

Тоді,

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{60 \cdot 30 + 30 \cdot 38}{50 \cdot 22 + 45 \cdot 26} = 1,295.$$

Тобто, у поточному місяці порівняно з базовим загальний товарообіг збільшився на 29,5%.

Загальний індекс цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_o \cdot q_1} . \quad (12.5)$$

$$I_p = \frac{60 \cdot 30 + 30 \cdot 38}{22 \cdot 60 + 26 \cdot 30} = 1,4.$$

Отже, за рахунок підвищення цін товарообіг збільшився на 40%.

Загальний індекс фізичного обсягу реалізації обчислюється за формулою:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_o}{\sum q_o \cdot p_o} . \quad (12.6)$$

$$I_q = 0,925 = 92,5\% .$$

Отже, за рахунок скорочення кількості реалізації товару, товарообіг в цілому зменшився на 7,5%.

Система співзалежності індексів матиме вигляд:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q . \quad (12.7)$$

$$I_{pq} = 0,1295 = 129,5\% .$$

Абсолютний приріст обчислюється як різниця між чисельником і знаменником відповідних індексів.

Абсолютний приріст товарообігу в цілому складе:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_o \cdot q_o . \quad (12.8)$$

$$\Delta_{pq} = 2940 - 2270 = 670 \text{ грн.}$$

Приріст за рахунок факторів:

$$\Delta_p = \sum p_1 \cdot q_1 - \sum p_o \cdot q_1 , \quad (12.9)$$

$$\Delta_q = \sum q_1 \cdot p_o - \sum q_o \cdot p_1 . \quad (12.10)$$

Тоді,

$$\Delta_p = 2940 - 2100 = 840 \text{ грн.},$$

$$\Delta q = 2100 - 2270 = 170 \text{ грн.}$$

Таким чином, виручка від реалізації фруктів збільшилася в цілому на 670 грн, а завдяки підвищенню цін на 840 грн. Оскільки кількість проданого товару скоротилася, то виручка зменшилася на 170 грн.

Задача 12.2 (приклад)

За даними таблиці 12.2 обчислити індекси середніх витрат матеріалу змінного і фіксованого складу та структурних зрушень. Перевірити зв'язок між індексами і зробити висновки.

Таблиця 12.2 – Витрати матеріалів і кількість виготовлених виробів за досліджувані періоди

Технологія розкрою матеріалу	Витрати матеріалів на 1 виріб		Кількість виготовлених виробів	
	базовий	звітний	базовий	звітний
	x_0	x_1	f_0	f_1
Традиційна	0,8	0,6	45	20
Удосконалена	0,5	0,5	12	36
Разом:			57	56

Розв'язок

1. Визначаємо індекс змінного складу за залежністю:

$$I_{\zeta\bar{N}} = \frac{\sum x_1 \cdot f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 \cdot f_0}{\sum f_0}. \quad (12.11)$$

Тоді,

$$I_{\zeta\bar{N}} = \frac{0,6 \cdot 20 + 0,5 \cdot 36}{56} \div \frac{0,8 \cdot 45 + 0,5 \cdot 12}{57} = 0,727$$

або 72,7%.

Середня матеріаломісткість знизилася на 27,3%.

Зміна середньої матеріаломісткості за рахунок зміни індивідуальних значень матеріаломісткості по окремим технологіям визначається за допомогою індексу фіксованого складу:

$$I_{\delta\bar{N}} = \frac{\sum x_i \cdot f_1}{\sum f_i} \div \frac{\sum x_0 \cdot f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 \cdot f_1}{\sum x_0 \cdot f_1}. \quad (12.12)$$

Тоді,

$$I_{\hat{O}\tilde{N}} = \frac{0,6 \cdot 20 + 0,5 \cdot 36}{0,8 \cdot 20 + 0,5 \cdot 36} = \frac{30}{34} = 0,882, \\ \text{або } 88,2\%;$$

За рахунок зміни матеріаломісткості в окремих технологіях, середня матеріаломісткість змінилася на 11,8%.

Зміна середньої матеріаломісткості за рахунок перерозподілу виробів між технологіями, розраховується за допомогою індексу структурних зрушень:

$$I_{\tilde{N}\zeta} = \frac{\sum x_0 \cdot f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 \cdot f_0}{\sum f_0}. \quad (12.13)$$

Тоді,

$$I_{\tilde{N}\zeta} = \frac{0,8 \cdot 20 + 0,5 \cdot 36}{56} \div \frac{0,8 \cdot 45 + 0,5 \cdot 12}{57} = 0,824, \\ \text{або } 82,4\%.$$

За рахунок перерозподілу виробів між технологіями на користь удосконаленої середньої матеріаломісткості на 1 виріб зменшився на 17,6%.

Перевірка виконується за залежністю:

$$I_{\zeta\tilde{N}} = {}^2\hat{O} \cdot {}^2\tilde{N}\zeta. \quad (12.14)$$

Тоді,

$$I_{\zeta\tilde{N}} = 0,882 \cdot 0,824 = 0,727.$$

Задача 12.3

Дані про ціни та кількість проданих продуктів на ринках міста, наведені у таблиці 12.3.

Таблиця 12.3 – Ціни та кількість проданих продуктів на ринках за досліджувані періоди

Продукти	Продано, кг		Середня ціна, грн	
	базовий	звітний	базовий	звітний
Картопля	4000	4500	6,5	8,0
Буряк червоний	1040	1600	4,7	9,5
Цибуля	100	600	10,0	8,8

Необхідно визначити загальний індекс фізичного обсягу реалізації.

Задача 12.4

Про зміни в реалізації верхнього одягу в магазині за 2 місяці свідчать дані таблиці 12.4.

Таблиця 12.4 – Ціни та кількість проданих пальто в магазині

Вид товару	Ціна, грн.		Реалізовано товару, штук	
	базовий	звітний	базовий	звітний
Чоловіче пальто	2600	2750	30	70
Жіноче пальто	3000	4500	50	40

За даними таблиці 12.4 необхідно визначити:

- загальні індекси цін фізичного обсягу та товарообороту;
- показати взаємозв'язок загальних індексів;
- абсолютний приріст товарообороту в цілому і за рахунок кожного фактору.

Задача 12.5

Дані про собівартість і кількість виготовлених роликів для телереклами товару, наведені у таблиці 12.5

Таблиця 12.5 – Собівартість і кількість виготовлених роликів за досліджувані періоди

Категорія товару	Собівартість одного рекламного ролика, тис. грн		Кількість виготовлених роликів, од.	
	базовий	звітний	базовий	звітний
Солодощі	1,3	1,5	150	180
Напої	1,0	1,2	140	135

За даними таблиці 12.5 необхідно визначити загальні індекси:

- а) собівартості та кількості виготовлених рекламних роликів;
- б) загальних витрат на рекламу.

Розрахувати абсолютний розмір перевитрат (економії) у загальних витратах на телерекламу за рахунок змін у собівартості. Отримані результати проаналізувати.

Задача 12.6

Дані про реалізацію побутової техніки магазином за досліджувані роки, наведені у таблиці 12.6.

Таблиця 12.6 – Реалізація побутової техніки магазином

Назва товару	Реалізовано, шт.		Ціна за одиницю, грн.	
	базовий	звітний	базовий	звітний
Телевізори	200	250	6200,0	8400,0
Холодильники	500	400	8000,0	12000,0

За даними таблиці 12.6 необхідно визначити загальні індекси цін, фізичного обсягу та товарообороту.

Задача 12.7

Динаміка продажу роутерів на ринку характеризується даними, наведеними у таблиці 12.7.

Таблиця 12.7 – Динаміка продажу роутерів на ринку за досліджувані періоди

Дилер	Ціна за 1 шт., грн		Обсяг продажу, тис. шт.	
	базовий	поточний	базовий	поточний
A	360	350	3,5	4,2
B	340	315	1,5	3,8
Всього	x	x	5,0	8,0

Необхідно визначити:

- середні ціни на роутери в базисному і поточному періодах та індекс середніх цін (змінного складу);
- індекси цін фіксованого складу та структурних зрушень.

Пояснити їх економічний зміст і показати взаємозв'язок.

Задача 12.8

За даними про реалізацію яловичини, наведеними у таблиці 12.8, розрахувати:

- індекс змінного складу;
- індекс фіксованого складу;
- індекс структурних зрушень

Таблиця 12.8 – Реалізація яловичини магазином

№ магазину	Січень		Лютий	
	ціна за кг, грн.	продано, кг	ціна за кг, грн.	продано, кг
1	110	480	105	500
2	115	320	100	400
Разом		800		900

Задача 12.9

За відомими даними необхідно обчислити вплив структурних зрушень на зміну середньої собівартості двох однотипних виробів:

Таблиця 12.9 – Дані про витрати та виробництво товарів за досліджувані періоди

Назва товару	Собівартість, грн.		Вироблено, тис. грн.	
	базовий, x_0	звітний, x_1	базовий, f_0	звітний, f_1
1	2,3	2,1	91,5	137,8
2	1,9	2,1	170,3	101,6

Питання для самоконтролю знань

1. Що називається індексом в статистиці?
2. Які завдання вирішуються за допомогою індексного метода?
3. Що характеризують індивідуальні індекси?
4. Як визначити базисні і ланцюгові індекси?
5. В чому суть загальних індексів і як вони будуються?
6. Як побудувати агрегатний індекс товарообігу і що він характеризує?
7. Як обчислити агрегатний індекс цін і агрегатний індекс фізичного обсягу товарообігу? Що вони характеризують?
8. Яка система взаємопов'язаних індексів використовується для аналізу собівартості, фізичного обсягу і витрат виробництва?
9. Який існує взаємозв'язок між факторними індексами і загальними індексами?
10. Що характеризують індекси змінного складу, фіксованого складу і індекс структурних зрушень? Як вони визначаються?
11. Який взаємозв'язок існує між індексами змінного, фіксованого складу і індексом структурних зрушень?

Рекомендована література: [1, 2, 3, 4, 6, 8].

3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

3. 1. Методичне забезпечення дисципліни

1. Кушнір Н. Б., Кузнєцова Т. В., Сіпайло Л. Г. Методичні вказівки до проведення практичних занять з дисципліни «Статистика» для студентів галузі знань 05 «Соціальні та поведінкові науки», 07 «Управління та адміністрування», 29 «Міжнародні відносини» (в т.ч. зі скороченим терміном навчання). Рівне : НУВГП, 2017. 81 с. Шифр 06-01-87.
2. Статистика : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни / Н.Б.Кушнір, Т. В. Кузнєцова, Ю. В. Красовська та ін. Київ : ЦУЛ, 2009. 208 с.
3. Кушнір Н., Мельничук Н., Мороз О. Статистика: навч.-метод. посіб. для самост. роботи. Рівне : НУВГП, 2010. 138 с.

3. 2. Базова література

4. Герасименко С. С., Головач А. В., Єріна А. М. Статистика : підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. К. : КНЕУ, 2000. 467 с.
5. Економічна статистика : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. / Р.М. Моторин, А.В. Головач, А.В. Сидорова та ін. За заг. ред. Р.М. Моторина. К.: КНЕУ, 2005. 326 с.
6. Лугінін О. Є., Білоусова С. В. Статистика : підручник. К. : Центр навчальної літератури, 2005. 580 с.
7. Мазуренко В.П. Статистика : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. К. : 2006. 315 с.
8. Мармоза А. Т. Теорія статистики : підручник. 2-ге вид. перероб. та доп. К. : «Центр учбової літератури», 2013. 592 с.
9. Мармоза А. Т. Практикум з теорії статистики. К.: 2003.
10. Статистика підприємництва : підручник / Вашків П. Г., Пастер П. І. та ін. М. : Слобожанщина , 1999. 599 с.
11. Столярова Г. С., Огай М. Ю. Соціальна статистика: навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц.. К. : КНЕУ, 2003. 195 с.
12. Тарасенко І. О. Статистика : навч. посібн. Київ : ЦУЛ, 2006.
13. Уманець Т.В. Загальна теорія статистики : навч. посіб. Київ : Знання, 2006. 239 с. Вища освіта ХХІ століття.
14. Фешур Р. В., Барвінський А. Ф., Кічор В. П. Статистика : навч. посіб. 3-тє вид., оновл.і доп. Львів : Інтелект-Захід, 2006. 255 с.

3. 3. Інформаційні ресурси

1. Державний комітет статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/> (дата звернення: 27.04.2020).
2. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського URL: <http://www.nbuv.gov.ua/> (дата звернення: 27.04.2020).
3. Наукова бібліотека НУВГП (м. Рівне, вул. Олекси Новака, 75) URL: <http://lib.nuwm.edu.ua/> (дата звернення: 27.04.2020).

Додаток А. Вибір варіанта завдань

		Остання цифра залікової книжки (індивідуального плану)									
Передостання цифра залікової книжки (індивідуального плану)		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	3.2, 4.4, 4.15, 4.21, 5.2, 6.5, 9.4, 12.3	3.3, 4.5, 4.16, 4.23, 5.3, 6.6, 9.5, 12.4	3.4, 4.6, 4.17, 4.24, 5.4, 6.7, 9.6, 12.5	3.5, 4.7, 4.18, 4.25, 5.5, 6.8, 9.7, 12.6	3.2, 4.9, 4.19, 4.26, 5.6, 6.9, 9.8, 12.7	3.3, 4.10, 4.15, 4.27, 5.7, 6.10, 9.9, 12.8	3.4, 4.4, 4.16, 4.28, 5.2, 6.5, 9.10, 12.9	3.5, 4.5, 4.17, 4.21, 5.3, 6.6, 9.11, 12.3	3.2, 4.6, 4.18, 4.23, 5.4, 6.7, 9.4, 12.4	3.3, 4.7, 4.19, 4.24, 5.5, 6.8, 9.5, 12.5
	1	3.4, 4.9, 4.15, 4.25, 5.6, 6.9, 9.6, 12.6	3.5, 4.10, 4.16, 4.26, 5.7, 6.10, 9.7, 12.7	3.2, 4.4, 4.17, 4.27, 5.2, 6.5, 9.8, 12.8	3.3, 4.5, 4.18, 4.28, 5.3, 6.6, 9.9, 12.3	3.4, 4.6, 4.19, 4.21, 5.4, 6.7, 9.10, 12.4	3.5, 4.7, 4.15, 4.23, 5.5, 6.8, 9.11, 12.5	3.2, 4.9, 4.16, 4.24, 5.6, 6.9, 9.4, 12.6	3.3, 4.10; 4.17, 4.25, 5.7, 6.10, 9.5, 12.7	3.4, 4.4, 4.18, 4.26, 5.2, 6.5, 9.6, 12.8	3.5, 4.5, 4.19, 4.27, 5.3, 6.6, 9.7, 12.9
	2	3.2, 4.6, 4.15, 4.28, 5.4, 6.7, 9.8, 12.3	3.3, 4.7, 4.16, 4.21, 5.5, 6.8, 9.9, 12.4	3.4, 4.9, 4.17, 4.23, 5.6, 6.9, 9.10, 12.5	3.5, 4.10, 4.18, 4.24, 5.7, 6.10, 9.11, 12.6	3.2, 4.4, 4.19, 4.25, 5.2, 6.5, 9.4, 12.7	3.3, 4.5, 4.15, 4.26, 5.3, 6.6, 9.5, 12.8	3.4, 4.6, 4.16, 4.27, 5.4, 6.7, 9.6, 12.9	3.5, 4.7, 4.17, 4.28, 5.5, 6.8, 9.7, 12.3	3.2, 4.9, 4.18, 4.21, 5.6, 6.9, 9.8, 12.4	3.3, 4.10, 4.19, 4.23, 5.7, 6.10, 9.9, 12.5
	3	3.4, 4.4, 4.15, 4.24, 5.2, 6.5, 9.10, 12.6	3.5, 4.5, 4.16, 4.25, 5.3, 6.6, 9.11, 12.7	3.2, 4.6, 4.17, 4.26, 5.4, 6.7, 9.4, 12.8	3.3, 4.7, 4.18, 4.27, 5.5, 6.8, 9.5, 12.9	3.4, 4.9, 4.19, 4.28, 5.6, 6.9, 9.6, 12.3	3.5, 4.10, 4.15, 4.21, 5.7, 6.10, 9.7, 12.4	3.2, 4.4, 4.16, 4.23, 5.2, 6.5, 9.8, 12.5	3.3, 4.5, 4.17, 4.24, 5.3, 6.6, 9.9, 12.6	3.4, 4.6, 4.18, 4.25, 5.4, 6.7, 9.10, 12.7	3.5, 4.7, 4.19, 4.26, 5.5, 6.8, 9.11, 12.8
	4	3.2, 4.9, 4.15, 4.27, 5.6, 6.9, 9.4, 12.9	3.3, 4.10, 4.16, 4.28, 5.7, 6.10, 9.5, 12.3	3.4, 4.4, 4.17, 4.21, 5.2, 6.5, 9.6, 12.4	3.5, 4.5, 4.18, 4.23, 5.3, 6.6, 9.7, 12.5	3.2, 4.6, 4.19, 4.24, 5.4, 6.7, 9.8, 12.6	3.3, 4.7, 4.15, 4.25, 5.5, 6.8, 9.9, 12.7	3.4, 4.9, 4.16, 4.26, 5.6, 6.9, 9.10, 12.8	3.5, 4.10, 4.17, 4.27, 5.7, 6.10, 9.11, 12.9	3.2, 4.4, 4.18, 4.28, 5.2, 6.5, 9.4, 12.3	3.3, 4.5, 4.19, 4.21, 5.3, 6.6, 9.5, 12.4

Продовження додатку А

		Остання цифра залікової книжки (індивідуального плану)													
Передостання цифра залікової книжки (індивідуального плану)		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
	5	3.4, 4.6, 4.15, 4.23, 5.4, 6.7, 9.6, 12.5	3.5, 4.7, 4.16, 4.24, 5.5, 6.8, 9.7, 12.6	3.2, 4.9, 4.17, 4.25, 5.6, 6.9, 9.8, 12.7	3.3, 4.10, 4.18, 4.26, 5.7, 6.10, 9.9, 12.8	3.4, 4.4, 4.19, 4.27, 5.2, 6.5, 9.10, 12.9	3.5, 4.5, 4.15, 4.28, 5.3, 6.6, 9.11, 12.3	3.2, 4.6, 4.16, 4.21, 5.4, 6.7, 9.4, 12.4	3.3, 4.7, 4.17, 4.23, 5.5, 6.8, 9.5, 12.5	3.4, 4.9, 4.18, 4.24, 5.6, 6.9, 9.6, 12.6	3.5, 4.10, 4.19, 4.25, 5.7, 6.10, 9.7, 12.7				
		6	3.2, 4.4, 4.15, 4.26, 5.2, 6.5, 9.8, 12.8	3.3, 4.5, 4.16, 4.27, 5.3, 6.6, 9.9, 12.9	3.4, 4.6, 4.17, 4.28, 5.4, 6.7, 9.10, 12.3	3.5, 4.7, 4.18, 4.21, 5.5, 6.8, 9.11, 12.4	3.2, 4.9, 4.15, 4.23, 5.6, 6.9, 9.4, 12.5	3.3, 4.10, 4.15, 4.24, 5.7, 6.10, 9.5, 12.6	3.4, 4.4, 4.16, 4.25, 5.2, 6.5, 9.6, 12.7	3.5, 4.5, 4.17, 4.26, 5.3, 6.6, 9.7, 12.8	3.2, 4.6, 4.18, 4.27, 5.4, 6.7, 9.8, 12.9	3.3, 4.7, 4.19, 4.28, 5.5, 6.8, 9.9, 12.3			
			7	3.4, 4.9, 4.15, 4.21, 5.6, 6.9, 9.10, 12.4	3.5, 4.10, 4.16, 4.23, 5.7, 6.10, 9.11, 12.5	3.2, 4.4, 4.17, 4.24, 5.2, 6.5, 9.4, 12.6	3.3, 4.5, 4.18, 4.25, 5.3, 6.6, 9.5, 12.7	3.4, 4.6, 4.19, 4.26, 5.4, 6.7, 9.6, 12.8	3.5, 4.7, 4.15, 4.27, 5.5, 6.8, 9.7, 12.9	3.2, 4.9, 4.16, 4.28, 5.6, 6.9, 9.8, 12.3	3.3, 4.10, 4.17, 4.21, 5.7, 6.10, 9.9, 12.4	3.4, 4.4, 4.18, 4.23, 5.2, 6.5, 9.10, 12.5	3.5, 4.5, 4.19, 4.24, 5.3, 6.6, 9.11, 12.6		
				8	3.2, 4.6, 4.15, 4.25, 5.4, 6.7, 9.4, 12.7	3.3, 4.7, 4.16, 4.26, 5.5, 6.8, 9.5, 12.8	3.4, 4.9, 4.17, 4.27, 5.6, 6.9, 9.6, 12.9	3.5, 4.10, 4.18, 4.28, 5.7, 6.10, 9.7, 12.3	3.2, 4.4, 4.19, 4.21, 5.2, 6.5, 9.8, 12.4	3.3, 4.5, 4.15, 4.23, 5.3, 6.6, 9.9, 12.5	3.4, 4.6, 4.16, 4.24, 5.4, 6.7, 9.10, 12.6	3.5, 4.7, 4.17, 4.25, 5.5, 6.8, 9.11, 12.7	3.2, 4.9, 4.18, 4.26, 5.6, 6.9, 9.4, 12.8	3.3, 4.10, 4.19, 4.27, 5.7, 6.10, 9.5, 12.9	
					9	3.4, 4.4, 4.15, 4.28, 5.2, 6.5, 9.6, 12.3	3.5, 4.5, 4.16, 4.21, 5.3, 6.6, 9.7, 12.4	3.2, 4.6, 4.17, 4.23, 5.4, 6.7, 9.8, 12.5	3.3, 4.7, 4.18, 4.24, 5.5, 6.8, 9.9, 12.6	3.4, 4.9, 4.19, 4.25, 5.6, 6.9, 9.10, 12.7	3.5, 4.10, 4.15, 4.26, 5.7, 6.10, 9.11, 12.8	3.2, 4.4, 4.16, 4.27, 5.2, 6.5, 9.4, 12.9	3.3, 4.5, 4.17, 4.28, 5.3, 6.6, 9.5, 12.3	3.4, 4.6, 4.18, 4.21, 5.4, 6.7, 9.6, 12.4	3.5, 4.7, 4.19, 4.23, 5.5, 6.8, 9.7, 12.5